

LOMBA MATEMATIKA NASIONAL KE-24

UNIVERSITAS GADJAH MADA



SOAL BABAK PENYISIHAN

TINGKAT SMP



HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA
SEKIP UTARA UNIT III BULAKSUMUR P .O. BOX BLS 21 YOGYAKARTA55281
lmnas@ugm.ac.id | <http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id>

Peraturan Lomba Matematika 24

Babak Penyisihan

1. Setiap peserta diwajibkan membawa tanda peserta
 2. Tulislah semua identitas diri Anda sesuai dengan kolom-kolom yang pada lembar jawaban. Hitamkan bulatan huruf/angka yang terletak di bawah kotak isian identitas diri Anda. Bila ada yang masih belum jelas dengan pengisian lembar jawaban, tanyakan kepada pengawas.
 3. Sebelum mengerjakan soal, periksalah kelengkapan naskah soal.
 4. Bacalah dan kerjakan soal dengan cermat, lalu pilih satu jawaban dari pilihan jawaban yang tersedia. Isikan jawaban yang Anda pilih (A, B, C, D atau E) pada lembar jawaban yang tersedia sesuai dengan nomor soal dengan menghitamkan bulatan huruf jawaban tersebut.
 5. Untuk soal pilihan ganda jawaban benar bernilai +4, salah bernilai -1, kosong bernilai 0
 6. Sedangkan untuk jawaban esai hanya akan dikoreksi jika ada nilai yang sama dalam penentuan peserta yang lolos babak 50 besar
 7. Tidak diperkenankan menggunakan alat hitung berupa kalkulator, HP, dan sebagainya selama pengerjaan soal.
 8. Selama waktu pengerjaan soal, alat komunikasi harus dinonaktifkan.
 9. Dilarang bekerja sama, memberikan jawaban, dan/atau melihat jawaban peserta lain, serta saling pinjam barang saat lomba berlangsung
 10. Peserta tidak diperkenankan meninggalkan ruang lomba selama pengerjaan soal tanpa seizin pengawas
 11. Untuk setiap pelanggaran tidak akan diberi peringatan, peserta yang melakukan pelanggaran akan didiskualifikasi.
 12. Untuk soal yang tidak ada ralat selama lomba berlangsung, maka soal harus dikerjakan apa adanya.
 13. Waktu pengerjaan soal adalah 120 menit.
 14. Setelah selesai lomba, tinggalkan pekerjaan anda di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek, sedangkan naskah soal boleh Anda bawa.
 15. Pengumuman hasil penyisihan juga dapat dilihat di web LMNAS 24 maksimal tanggal 17 November 2013
 16. Untuk peraturan lainnya yang belum jelas dapat ditanyakan kepada panitia pengawas
-

Lomba Matematika Nasional ke-24

Universitas Gadjah Mada

Soal Babak Penyisihan SMP

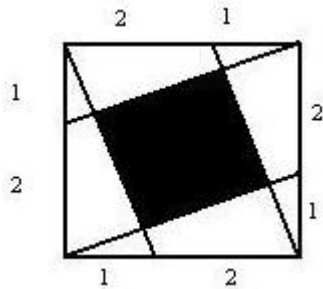
10 November 2013

1 Pilihan Ganda

- Anwar, Iwan dan Wawan mengikuti suatu kompetisi matematika yang terdiri dari 24 soal. Sebelum kompetisi, mereka tidak percaya diri dan membuat pernyataan sebagai berikut:
Anwar : “Iwan setidaknya akan menjawab dengan benar dua soal lebih banyak aku”.
Iwan : “Aku tidak akan bisa menjawab lebih dari sepuluh soal dengan benar”.
Wawan : “Soal yang dapat kujawab dengan benar paling banyak sama dengan banyak soal yang bisa dijawab dengan benar oleh Anwar”.
Guru mereka mencoba memberikan semangat dengan berkata “Secara keseluruhan, kalian akan dapat menjawab lebih dari 33 soal dengan benar. Setelah kompetisi berakhir, ternyata semua pernyataan ketiga murid dan gurunya tersebut salah. Siapakah di antara mereka yang menjawab soal dengan benar paling sedikit?
a. Anwar b. Iwan c. Wawan d. Anwar dan Iwan e. Anwar dan Wawan
- Diketahui bahwa bilangan-bilangan $p, q, r \in \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$. Banyaknya penyelesaian persamaan $p + q + r = 20$ adalah ...
a. 1771 b. 1540 c. 462 d. 231 e. 154
- Diberikan string dengan 3 huruf dan 2 angka dengan huruf selalu terletak di depan angka. Apabila 'AAA00' berada di urutan pertama dan 'AAA01' berada di urutan kedua dalam string tersebut, maka 'LMN24' terletak pada urutan ke-...
a. 776125 b. 774125 c. 708525 d. 708524 e. 811200
- Diketahui $f(n) = f(n - 1) + \frac{n}{2013}$ untuk setiap bilangan asli n . Apabila $f(0)=2013$, maka $f(2013)=$...
a. 2030 b. 3020 c. 3102 d. 1023 e. 2013
- Sebuah persegi $ABCD$ dengan panjang sisi 8 cm dibagi menjadi 64 persegi kecil dengan panjang sisi 1 cm. Banyaknya persegi panjang yang terdiri dari 6 persegi kecil di dalam persegi $ABCD$ adalah ...
a. 48 b. 66 c. 84 d. 132 e. 150
- Diketahui $f(x) = ax + b$ dan $g(x) = bx + a$ dengan a dan b merupakan bilangan bulat. Jika $f(1) = 8$ dan $f(g(50)) - g(f(50)) = 28$, maka $ab =$...
a. 0 b. 6 c. 12 d. 18 e. 24
- Diketahui x adalah bilangan terbesar yang digit-digitnya berbeda dan habis dibagi 8. Sisa pembagian x oleh 2013 adalah ...
a. 72 b. 81 c. 162 d. 180 e. 270

8. Diketahui O_1 lingkaran berpusat di O dan berjari-jari 2 cm. Titik A dan B terletak pada O_1 sedemikian sehingga $\angle AOB = 60^\circ$. Jika O_2 merupakan lingkaran yang menyinggung sisi AO , sisi BO dan busur AB , maka keliling lingkaran O_2 adalah ... cm.
- a. $\frac{2}{3}\pi$ b. π c. $\frac{4}{3}\pi$ d. $\frac{3}{2}\pi$ e. 2π
9. Diberikan bangun segiempat sebarang $ABCD$ dengan panjang AB , BC , AD , dan BD secara berturut-turut adalah 5, 4, 6, dan 7. Jika $\angle A + \angle C = 180^\circ$, maka panjang CD adalah ...
- a. 4 b. 5 c. 6 d. 7 e. 8
10. Banyaknya bilangan 3 digit \overline{abc} yang memenuhi sifat $a + c = 2b$ adalah ...
- a. 20 b. 25 c. 30 d. 45 e. 50
11. Diberikan bilangan-bilangan real x, y, u, v, z yang memenuhi
- $$\sqrt{x} + \sqrt{y} + 2\sqrt{(z-2)} + \sqrt{u} + \sqrt{v} = x + y + z + u + v$$
- Nilai dari $x^2y + uv^2 + z = \dots$
- a. $\frac{33}{32}$ b. $\frac{97}{32}$ c. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{5}{4}$ e. $\frac{13}{4}$
12. Jika n adalah bilangan asli terkecil yang lebih besar dari 2013 dan memenuhi sifat bahwa bilangan n bersisa 6 jika dibagi 7 dan bersisa 2 jika dibagi 3, maka sisa pembagian n oleh 2013 adalah ...
- a. 0 b. 1 c. 2 d. 3 e. 4
13. Titik A dan B terletak pada suatu lingkaran yang berpusat di O . Titik X terletak di luar lingkaran. Garis AX dan BX berturut-turut memotong lingkaran di titik D dan C . Diketahui besar $\angle AOB = 100^\circ$ dan $\angle COD = 60^\circ$. Besar $\angle AXB$ adalah ... $^\circ$
- a. 35 b. 30 c. 25 d. 20 e. 15
14. Diberikan bahwa $p_{n+1} = \frac{p_n}{1+n.p_n}$ untuk $n = 0, 1, 2, \dots$ dan $p_0 = 2013$. Nilai $p_{2013} = \dots$
- a. $\frac{1}{2023066}$ b. $\frac{1}{2025079}$ c. $\frac{1}{2027092}$ d. $\frac{1}{2029095}$ e. $\frac{1}{2031107}$
15. Hasil perkalian semua pembagi positif dari 420^4 adalah
- a. 420^{2244} b. 420^{2246} c. 420^{2248} d. 420^{2250} e. 420^{2252}
16. Suatu segitiga siku-siku memiliki luas 3 satuan luas dan panjang hipotenusanya 3 satuan. Keliling segitiga tersebut adalah ...
- a. $3 + \sqrt{18}$ b. $3 + \sqrt{27}$ c. $3 + \sqrt{21}$ d. $3 + \sqrt{20}$ e. $3 + \sqrt{25}$
17. Banyaknya bilangan bulat 7 digit yang disusun dari dua buah angka 1, tiga buah angka 3, satu buah angka 1 dan satu buah angka 0 adalah ...
- a. 420 b. 360 c. 320 d. 240 e. 60
18. Diberikan bahwa $a^4 + a^3 + a^2 + a + 1 = 0$. Tentukan nilai dari $a^{2020} + a^{2015} + 1 = \dots$
- a. 3 b. 2 c. 4 d. 6 e. 0

19. Sebuah persegi dengan panjang sisi 3 dibagi menjadi beberapa daerah seperti gambar di bawah ini.



Persentase luas persegi yang diarsir hitam dengan persegi besar adalah ...

- a. 30% b. 33,33% c. 35% d. 40% e. 50%
20. Jika setiap huruf M , A , D dan E merepresentasikan angka yang berbeda sehingga berlaku $\overline{MA} \times \overline{DA} = \overline{EEE}$, maka $M + A + D + E = \dots$
- a. 21 b. 20 c. 19 d. 18 e. 17
21. Koefisien x^2y^3z di dalam ekspansi dari $(x + 2y - z)^6$ adalah ...
- a. -640 b. -120 c. -480 d. -320 e. -960
22. Untuk sebarang bilangan bulat a dan b , didefinisikan bahwa : $a * b = ab + a + b$ Diketahui bahwa $1 * (2 * (3 * (4 * (... (2012 * 2013) ...)))) = p$. Jika q adalah bilangan asli terbesar sedemikian sehingga 10^q habis membagi $(p + 1)$, maka $q = \dots$
- a. 221 b. 222 c. 232 d. 223 e. 212
23. Misalkan n adalah suatu bilangan bulat positif. Jumlah seluruh bilangan genap antara $n^2 - n + 1$ dan $n^2 + n + 1$ adalah ...
- a. $n^2 + n$ b. $2n^2$ c. $n + 2$ d. $n^2 + 2$ e. $n^3 + n$
24. Hasil penjumlahan semua digit-digit bilangan dari 1 sampai 1.000.000 adalah ...
- a. 27000001 b. 23000001 c. 25000001 d. 26000001 e. 29000001
25. Diberikan dua buah lingkaran konsentrik mmempunyai titik pusat yang sama dengan jari-jari r_1 dan r_2 dengan $r_1 < r_2$. Diketahui titik A dan B terletak pada lingkaran besar dan titik O terletak pada lingkaran kecil sehingga ABO segaris dan garis AB menyinggung lingkaran kecil. Diketahui $AB = 24$. Berapakah luas daerah di dalam lingkaran besar yang berada di luar lingkaran kecil?
- a. 48π b. 64π c. 72π d. 36π e. 144π
26. Empat bilangan bulat berbeda a , b , c dan d dipilih dari himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 24\}$. Tentukan nilai maksimal yang mungkin dari $\frac{ad - bc}{bd}$.
- a. 12 b. $\frac{275}{12}$ c. $\frac{550}{23}$ d. $\frac{287}{12}$ e. 24
27. Sebuah balok mempunyai panjang sisi bilangan bulat dan volumenya yaitu 2008 meter kubik. Berapa luas permukaan minimum dari balok tersebut dalam meter persegi?
- a. 2416 b. 3028 c. 4024 d. 4534 e. 5028
28. Banyaknya bilangan bulat positif yang merupakan elemen dari himpunan $\{1000, 1001, 1002, \dots, 10000\}$ yang bukan merupakan bilangan kuadrat dan bukan merupakan bilangan kubik (bilangan pangkat tiga) adalah ...
- a. 8923 b. 8929 c. 8921 d. 8219 e. 8912

29. Tentukan jumlah semua bilangan asli kurang dari 50 dengan sifat digit puluhan dan digit satuan dari kuadrat bilangan tersebut berturut-turut berbentuk $2k$ dan $k + 1$ untuk suatu bilangan asli k !
- a. 25 b. 26 c. 40 d. 80 e. 100

30. Diketahui bilangan real a, b, c memenuhi persamaan

$$a^2 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + b^2 \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right) + c^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + 2abc \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 0$$

Jika $a + b + c \neq 0$, maka nilai dari $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c}$ adalah ...

- a. 2 b. 1 c. 0 d. $\frac{3}{2}$ e. $\frac{1}{2}$
31. Barisan bilangan bulat $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ memenuhi $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$ untuk $n \geq 1$. Jika diketahui jumlah dari 1009 suku pertama adalah -1009 dan jumlah dari 1005 suku pertama adalah 1005. Berapa jumlah 2014 suku pertama?
- a. 2013 b. 2014 c. 2012 d. 2015 e. 2016

32. Diberikan segiempat $ABCD$ dengan AB sejajar DC , $DC = 2AB$, $\angle ADC = 30^\circ$ dan $\angle BCD = 50^\circ$. Misalkan M titik tengah CD . Besar $\angle AMB$ adalah ...
- a. 80° b. 90° c. 100° d. 110° e. 120°

33. Tentukan nilai $a + b$ dengan a dan b adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi persamaan

$$b\sqrt{3 - \sqrt{5}} = \sqrt{2a} + \sqrt{a - 3a\sqrt{5}}$$

- a.7 b.8 c.6 d.3 e.10
34. Banyaknya bilangan 2 digit \overline{MT} sedemikian sehingga $\overline{MT} < 3 \times \overline{TM}$ adalah ...
- a.25 b.36 c.68 d. 75 e. 79
35. Hasil penjumlahan semua bilangan real x yang memenuhi $(97 - x)^{\frac{1}{4}} + x^{\frac{1}{4}} = 5$ adalah ...
- a.92 b.97 c.102 d. 107 e. 112

36. Diberikan bahwa $f(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{19} + x^{20}$. Dengan mensubstitusikan $y = x - 2013$ maka suku banyak $f(x)$ dapat dinyatakan sebagai suku banyak $g(y) = a_{20}y^{20} + a_{19}y^{19} + \dots + a_1y + a_0$.

Nilai dari $\sum_{i=0}^{20} a_i = \dots$

- a. $\frac{2014^{21} + 1}{2015}$ b. $\frac{2014^{21} - 1}{2015}$ c. $\frac{2013^{21} - 1}{2014}$ d. $\frac{2013^{21} - 1}{2015}$ e. $\frac{2013^{21} + 1}{2014}$
37. Diberikan suatu persegi panjang $ABCD$ dengan panjang sisi $AB = 20$ dan panjang sisi $BC = 3$ serta suatu lingkaran berjari-jari 5 dengan pusat lingkaran berada di titik tengah garis DC . Lingkaran tersebut memotong persegi panjang $ABCD$ di titik 4 titik, yaitu di W, X, Y dan Z . Luas segiempat $WXYZ$ adalah ...
- a.54 b.27 c.30 d. 24 e. 48
38. Diberikan suatu barisan a_n dengan $a_0 = 1$ dan $a_n = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n$ untuk suatu n bilangan asli. Untuk $0 \leq k \leq 2012$, banyaknya a_k yang habis dibagi k adalah ...
- a.67 b.335 c.5 d.770 e.1006

39. Diberikan suatu jajar genjang $ABCD$ dengan panjang sisi $AB = 7$ dan panjang sisi $BC = 2$ serta $\angle DAB = 120^\circ$. Jika jajar genjang $ECFA$ termuat di dalam jajar genjang $ABCD$ dan jajar genjang $ECFA$ sebangun dengan jajar genjang $ABCD$, maka perbandingan luas $ECFA$ dengan luas $ABCD$ adalah ...
- a. $\frac{37}{67}$ b. $\frac{38}{67}$ c. $\frac{39}{67}$ d. $\frac{40}{67}$ e. $\frac{41}{67}$
40. Sebuah lingkaran menyinggung setiap sisi bagian dalam suatu segienam $ABCDEF$. Jika diketahui panjang sisi-sisi $AB = 1$, $BC = 2$, $CD = 3$, $DE = 4$, dan $EF = 5$, maka panjang sisi FA adalah ...
- a. 5 b. 4 c. 3 d. 2 e. 1
41. Diketahui suku ke- n dari suatu barisan mengikuti persamaan $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ untuk setiap $n \geq 3$. Jika $a_1 = 1$ dan $a_2 = 3$, maka suku ke-31 dari barisan tersebut adalah ...
- a. 2^{33} b. 2^{32} c. 2^{31} d. 2^{34} e. 2^{35}
42. Pasangan bilangan bulat positif (x, y) yang memenuhi persamaan $11x + 3y = 2013$ ada sebanyak ...
- a. 60 b. 61 c. 62 d. 63 e. 64
43. Diberikan bahwa segitiga ABC memiliki panjang sisi $AB = 7$, $BC = 10$, dan $CA = 13$. Titik D terletak pada sisi BC sedemikian sehingga $DC = 2BD$. Titik E terletak pada sisi AD sedemikian sehingga $AE = 4ED$. Titik F terletak pada sisi AC sedemikian sehingga $FC = 5AF$. Luas segitiga EFC adalah ...
- a. $\frac{70\sqrt{3}}{9}$ b. $\frac{49\sqrt{3}}{3}$ c. $\frac{25}{4}$ d. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ e. $\frac{80\sqrt{3}}{9}$
44. Banyaknya triple bilangan bulat positif (a, b, c) sedemikian sehingga $a^4b^2c = 54000$ adalah ...
- a. 16 b. 20 c. 17 d. 15 e. 10
45. Diberikan suatu segitiga ABC . Titik D , E dan F berturut-turut merupakan titik tengah sisi BC , CA , dan AB . Garis bagi sudut FDE dan FBD berpotongan di titik P . Jika diketahui bahwa $\angle BAC = 37^\circ$ dan $\angle CBA = 85^\circ$, maka besar $\angle BPD = \dots$
- a. 55° b. 57° c. 59° d. 61° e. 63°
46. Jika bilangan $2^{1 \cdot \frac{2}{2}} + 2^{2 \cdot \frac{3}{2}} + 2^{3 \cdot \frac{4}{2}} + \dots + 2^{2011 \cdot \frac{2012}{2}}$ dibagi 7, maka sisa pembagiannya adalah ...
- a. 6 b. 5 c. 3 d. 2 e. 1
47. Diberikan suatu segitiga ABC dengan panjang sisi $AC = 1$ dan $\angle ABC$ adalah sudut tumpul. Titik D dan E terletak pada sisi AC sedemikian sehingga $\angle DBC = \angle ABE = 90^\circ$. Jika $AD = DE = EC$, maka $AB + AC = \dots$
- a. $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$ b. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ c. $1 + \frac{\sqrt{5}}{3}$ d. $1 + \frac{\sqrt{3}}{4}$ e. $1 + \frac{\sqrt{5}}{4}$
48. Bilangan 7-digit n memenuhi sifat bahwa $n = \overline{5AB37C2}$ dengan A , B dan C adalah digit digit yang dipilih dari 0 sampai 9. Jika bilangan n habis dibagi oleh 792, maka hasil penjumlahan semua nilai n yang mungkin adalah ...
- a. 15891296 b. 16091266 c. 16151256 d. 16771326 e. 16841266
49. Ardi memiliki satu koin yang memiliki sifat bahwa peluang muncul angka pada koin $= \frac{2}{3}$ dan peluang muncul gambar pada koin $= \frac{1}{3}$. Jika Ardi melempar koin tersebut 5 kali, maka peluang Ardi memperoleh lebih banyak angka dari pada gambar adalah sebesar ...
- a. $\frac{4}{9}$ b. $\frac{16}{27}$ c. $\frac{32}{81}$ d. $\frac{64}{81}$ e. $\frac{512}{729}$

50. Banyaknya solusi bulat dari pertidaksamaan $x^4 \leq x^2 + 2013$ adalah ...
- a. 19 b. 17 c. 13 d. 11 e. 7

2 Essay

Diberikan bilangan asli n . Hitunglah nilai dari $\sum_{k=1}^n (k^2 + k + 1) \cdot (k!)$