

LOMBA MATEMATIKA NASIONAL KE-26



Babak Penyisihan
Tingkat SMP
Minggu, 8 November 2015

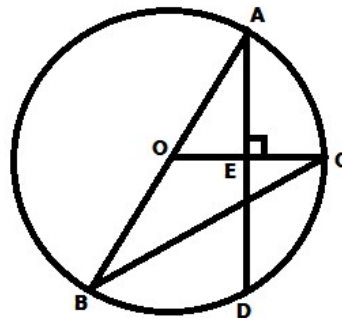
HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA
SEKIP UTARA UNIT III BULAKSUMUR P .O. BOX BLS 21 YOGYAKARTA 55281
lmnas@ugm.ac.id — <http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id>

PERATURAN BABAK PENYISIHAN LOMBA MATEMATIKA UGM KE-26

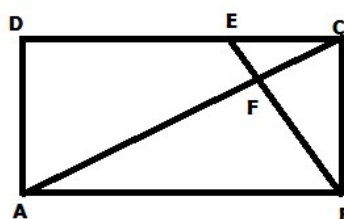
1. Peserta wajib mengenakan seragam sekolah dan bersepatu.
2. Peserta wajib membawa Kartu Pelajar atau Surat Keterangan Siswa Sekolah yang dilampiri pasfoto berukuran 3×4 .
3. Peserta wajib membawa Kartu Tanda Peserta LMNAS 26 yang dapat diunduh dari web.
4. Peserta tidak boleh diwakilkan atau digantikan.
5. Peserta yang datang terlambat diperbolehkan masuk dan mengerjakan soal dengan waktu yang tersisa (tidak ada tambahan waktu).
6. Tulislah semua identitas diri Anda pada lembar jawaban pilihan ganda dan lembar jawaban isian singkat.
7. Sebelum mengerjakan soal, periksalah kelengkapan naskah soal.
8. Bacalah dan kerjakan soal dengan cermat. Untuk soal pilihan ganda, pilih salah satu jawaban yang Anda anggap benar dengan menghitamkan bulatan huruf jawaban tersebut. Untuk soal isian singkat, cukup tuliskan jawaban akhir pada kotak yang tersedia.
9. Untuk soal pilihan ganda, jawaban benar bernilai +4, salah bernilai -1, kosong bernilai 0
10. Untuk soal isian singkat, jawaban benar bernilai +8, sedangkan salah atau kosong bernilai 0.
11. Apabila terdapat nilai yang sama maka yang diperhatikan pertama kali adalah jumlah benar pada isian singkat, kemudian jumlah benar pada pilihan ganda.
12. Tidak diperkenankan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya selama pengerjaan soal.
13. Selama waktu pengerjaan soal, HP, tablet atau alat elektronik lainnya harus dinonaktifkan.
14. Dilarang pinjam-meminjam alat tulis, bekerja sama, memberikan jawaban, atau melihat jawaban peserta lain selama lomba berlangsung.
15. Peserta tidak diperkenankan meninggalkan ruang lomba selama pengerjaan soal tanpa seizin pengawas ruang.
16. Jika peserta melakukan pelanggaran, maka pengawas ruang akan memberi peringatan. Jika pelanggaran dilakukan lebih dari 2 (dua) kali, maka peserta akan didiskualifikasi.
17. Untuk soal yang tidak ada ralat selama lomba berlangsung, maka soal harus dikerjakan apa adanya.
18. Waktu pengerjaan soal adalah 120 menit.
19. Setelah selesai lomba, tinggalkan pekerjaan anda di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek. Naskah soal boleh dibawa pulang.
20. Sertifikat peserta hanya diberikan kepada peserta yang datang dan mengikuti babak penyisihan LMNAS 26
21. Pengumuman hasil penyisihan dapat dilihat di web LMNAS 26 (<http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id>) maksimal tanggal 15 November 2015. Keputusan dewan juri tidak dapat diganggu gugat.
22. Untuk peraturan lainnya yang belum jelas dapat ditanyakan kepada panitia pengawas.

1 Pilihan Ganda

- Banyaknya bilangan bulat dari 1 sampai 2015 yang dapat dinyatakan sebagai jumlahan n bilangan bulat positif berurutan dengan $n \geq 2$ adalah ...
A. 1996 B. 1998 C. 2000 D. 2002 E. 2004
- Diberikan suatu deret $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9$. Banyaknya cara mengganti tanda "*" dengan tanda "+" atau "-" sehingga jumlah deretnya menjadi 29 adalah ...
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9
- Banyaknya bilangan asli yang kurang dari 2015 yang merupakan bilangan pangkat x , dengan $2 \leq x \leq 10$ adalah ...
A. 55 B. 56 C. 57 D. 58 E. 59
- Diketahui bahwa n adalah bilangan yang terdiri dari 7 digit berbeda dimana masing-masing digitnya habis membagi n . Jika x, y, z adalah digit-digit yang tidak menyusun n , maka nilai dari $x + y + z$ adalah ...
A. 7 B. 9 C. 12 D. 13 E. 14
- Banyaknya pasangan bilangan bulat a, b, c yang memenuhi $a^2 + b^2 - 8c = 6$ yaitu ...
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. Tak hingga
- Diperhatikan gambar berikut



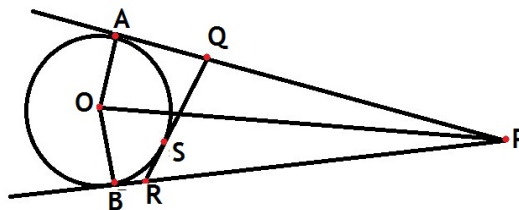
- Diketahui O adalah titik pusat lingkaran. Jika luas $AOE =$ luas BEC dan panjang $AD = 1$, maka luas lingkaran diatas adalah ...
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{5}$ E. $\frac{\pi}{6}$
- Diketahui x, y, z bilangan real positif dan memenuhi $xyz = 1$, $x + \frac{1}{y} = 2$, dan $y + \frac{1}{z} = 3$. Berapakah nilai dari $z + \frac{1}{x}$?
A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{6}{4}$ C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{8}{6}$ E. $\frac{9}{7}$
 - Diperhatikan persegi panjang $ABCD$ berikut !



Jika luas $ECF = 2$ dan luas $CFB = 3$, maka luas dari $DEFA$ adalah ...

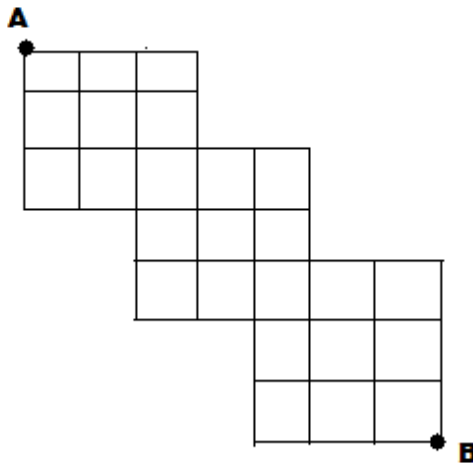
- A. 5,5 B. 6,5 C. 7,5 D. 8,5 E. 9,5

9. Diketahui dua buah lingkaran R dan S berturut-turut memiliki pusat di P dan Q . Kedua lingkaran tersebut bersinggungan di titik O . Garis g menyinggung kedua lingkaran R dan S berturut-turut pada titik A dan B . Jika sebuah titik Z diletakkan pada lingkaran R sedemikian sehingga $\angle AZO = 53^\circ$, maka besar $\angle OBQ$ adalah ...
 A. $26,5^\circ$ B. 47° C. 53° D. $63,5^\circ$ E. 82°
10. Nilai dari $\sum_{x=1}^{2015} FPB(x, 2015)$ adalah ...
 A. 4075 B. 2061 C. 13725 D. 4695 E. 12321
11. Didefinisikan suatu fungsi f yang memenuhi $\sum_{i=1}^n f(i) = n^2 f(n)$ untuk setiap bilangan asli $n > 1$ dan $f(1) = 2015$. Nilai $f(2015)$ adalah ...
 A. $\frac{1}{2016}$ B. $\frac{2}{2016}$ C. $\frac{3}{2016}$ D. $\frac{4}{2016}$ E. $\frac{5}{2016}$
12. Banyaknya bilangan bulat positif m, n dengan n ganjil yang memenuhi $\frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{1}{12}$ adalah ...
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4
13. Nilai $\frac{x}{y}$ yang memenuhi $\frac{4}{x+y} + \frac{7}{x-y} = 3$ dan $\frac{3}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$ adalah ...
 A. $-\frac{9}{8}$ B. $-\frac{11}{8}$ C. $-\frac{13}{8}$ D. $-\frac{15}{8}$ E. $-\frac{17}{8}$
14. Misalkan $ABCD$ adalah suatu trapesium sedemikian sehingga perpanjangan AB dan CD berpotongan di P . Diketahui $AB=18$ dan $CD = 30$, serta tinggi trapesium adalah 8. Jika X dan Y berturut-turut adalah titik tengah AD dan BC , maka luas segitiga PXY adalah ...
 A. 164 B. 177 C. 192 D. 235 E. 279
15. Diketahui jumlah n bilangan ganjil berurutan yaitu 4199. Nilai n minimum ($n > 1$) yang memenuhi yaitu ...
 A. 11 B. 13 C. 17 D. 19 E. 23
16. Diperhatikan gambar berikut



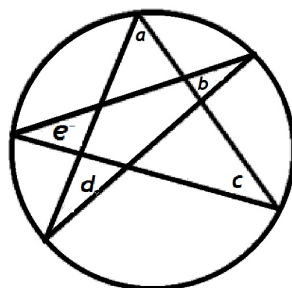
- Diketahui lingkaran tersebut berpusat di O . Dua buah garis singgung lingkaran menyinggung lingkaran di titik A dan B , serta kedua garis tersebut berpotongan di P . Garis QR juga menyinggung lingkaran di S . Jika diameter lingkaran 14, serta panjang $OP = 25$, keliling segitiga PQR adalah ...
 A. 24 B. 48 C. 72 D. 96 E. 120
17. Titik D dan E berturut-turut terletak pada tengah-tengah sisi AB dan BC suatu segitiga ABC . Titik F adalah sembarang titik yang terletak pada sisi AC . Jika luas segitiga ABC adalah 2015, maka luas segitiga DAF + luas segitiga FEC adalah ...
 A. $\frac{2015}{2}$ B. $\frac{2015}{3}$ C. $\frac{2015}{4}$ D. $\frac{2015}{5}$ E. $\frac{2015}{6}$
18. Didefinisikan untuk setiap bilangan asli x, y berlaku, $f(xy) = xf(y) + yf(x)$. Jika $f(10) = 30$, $f(15) = 20$, $f(20) = 15$, maka nilai $f(30)$ adalah ...
 A. -47,5 B. -32,5 C. -27,5 D. 32,5 E. 67,5

19. Diperhatikan gambar berikut



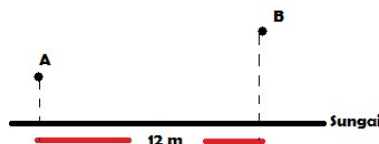
Sebuah partikel akan berjalan dari titik A samapai B dengan ketentuan sekali melangkah hanya boleh melangkah satu satuan ke kanan atau ke bawah. Banyak cara partikel tersebut berpindah dari A ke B adalah ...

- A. 1600 B. 1700 C. 1800 D. 1900 E. 2000
20. Berapakah nilai minimum $\sqrt{(x+6)^2+9} + \sqrt{(x-6)^2+36}$ untuk bilangan real x ?
A. 14 B. 15 C. 16 D. 17 E. 18
21. Didefinisikan S_n adalah jumlahan n bilangan asli pertama. Nilai dari $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_{2015}}$ yaitu ...
A. $\frac{2015}{2016}$ B. $\frac{2015}{1008}$ C. $\frac{2014}{2015}$ D. $\frac{4028}{2015}$ E. $\frac{1007}{1008}$
22. Lima belas batang korek api memiliki panjang suatu bilangan bulat yang berbeda. Untuk sembarang 3 batang korek api yang dipilih, pasti tidak akan bisa membentuk suatu segitiga. Jika p adalah batang korek api yang terpanjang, nilai minimum yang mungkin untuk p adalah ...
A. 250 B. 377 C. 610 D. 987 E. Tidak dapat ditentukan
23. Besar sudut $a + b + c + d + e$ pada gambar di bawah ini adalah ...



- A. 135° B. 180° C. 270° D. 360° E. 540°
24. Didefinisikan A adalah himpunan bilangan asli kurang dari 1000 yang habis dibagi 7 dan B adalah himpunan bilangan asli dari 500 sampai 2015 yang habis dibagi 15. Banyaknya anggota $A \cup B$ adalah ...
A. 238 B. 248 C. 258 D. 268 E. 278

25. Diberikan fungsi $f(x) = x^2 + 4$. Banyaknya pasangan bilangan asli (a, b) yang memenuhi $4f(a) = f(b)$ adalah ...
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4
26. Diberikan segi-2015 beraturan R . Banyaknya segitiga yang dapat dibuat dimana ketiga titik sudutnya merupakan titik-titik sudut pada R dan tidak ada sisinya yang merupakan sisi R adalah ...
 A. $\binom{2015}{3} - 2015 \cdot 2012$ C. $\binom{2015}{3} - 2015 \cdot 2014$ E. $\binom{2015}{3} - 2015 \cdot 2016$
 B. $\binom{2015}{3} - 2015 \cdot 2013$ D. $\binom{2015}{3} - 2015^2$
27. Sebanyak 2016 bola bernomor 1 sampai 2016 akan dimasukkan kedalam 2015 kotak bernomor 1 sampai 2015. Banyak cara memasukkan bola ke dalam kotak dimana setiap kotak tak boleh kosong adalah ...
 A. $2016! \frac{2015}{2}$ C. $2016!1008$ E. $2015! \frac{2015}{3}$
 B. $2015! \frac{2015}{2}$ D. $2015!1008$
28. Diketahui bahwa masing-masing 2015 orang mengetahui tepat 1 buah informasi yang saling berbeda. Jika salah seorang, katakan A menelepon B, maka A akan memberitahukan semua informasi yang dimilikinya kepada B sedangkan B tidak memberitahukan informasi apapun yang diketahuinya kepada A. Berpakah panggilan minimum yang diperlukan sehingga setiap orang tersebut akan mengetahui semua informasi yang ada?
 A. 4026 B. 4028 C. 4030 D. 4032 E. 4034
29. Banyaknya bilangan asli n sehingga $\frac{n^{2015} + 2015}{n + 1}$ juga bilangan asli adalah ...
 A. 31 B. 63 C. 127 D. 255 E. 511
30. Diketahui $(x + \frac{1}{x})^2 = 3$. Nilai dari $x^{63} + x^{56} + x^{37} + x^{31} + x^{14} + x^9 + 26$ yaitu ...
 A. 24 B. 25 C. 26 D. 27 E.
31. Diberikan $a, b, c \in \mathbb{R}$ dengan \mathbb{R} himpunan semua bilangan real. Nilai d yang memenuhi $a^2 + b^2 + c^2 + 1 = d + \sqrt{a + b + c - d}$ adalah ...
 A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{6}{5}$ E. $\frac{7}{6}$
32. Jika $x, y \neq 0$ sedemikian sehingga $x^2 + xy + y^2 = 0$ maka nilai dari $\left(\frac{x}{x+y}\right)^{999} + \left(\frac{y}{x+y}\right)^{999}$ adalah ...
 A. 2 B. 1 C. 0 D. -1 E. -2
33. Diperhatikan gambar berikut



Joko berada pada titik A dan akan menuju titik B. Namun sebelum menuju titik B, Joko harus mengambil air di sungai terlebih dahulu. Jika jarak A ke sungai adalah 2 meter, dan jarak B ke sungai 3 meter, berapakah jarak terpendek yang mungkin untuk dilalui Joko?

- A. 12 meter B. 13 meter C. 17 meter D. $\sqrt{145}$ meter E. $\sqrt{153}$ meter
34. Diberikan barisan 3, 15, 24, 48, ... adalah barisan bilangan-bilangan kelipatan 3 yang sama dengan sebuah bilangan kuadrat dikurangi 1. Tentukan sisa pembagian dari bilangan ke-26 dari barisan tersebut jika dibagi oleh 1000.
 A. 595 B. 597 C. 599 D. 601 E. 603

35. Jika n adalah bilangan asli terkecil yang merupakan kelipatan 75 dan mempunyai tepat 75 faktor positif, berapakah $\frac{n}{75}$?
- A. 432 B. 434 C. 435 D. 436 E. 438
36. Sebuah kantong berisi 2015 bola dengan tulisan angka 1 sampai 2015. Kemudian dilakukan 100 kali pengambilan bola dari dalam kantong tersebut tanpa pengembalian. Urutan nomor bola yang terambil kemudian dicatat. Suatu urutan dikatakan “ganteng maksimal” jika nomor bola yang terambil lebih kecil dari nomor bola yang terambil selanjutnya. Banyaknya urutan yang “ganteng maksimal” adalah...
- A. 2^{100} B. 2^{2015} C. $\binom{2015}{100}$ D. $\binom{2015}{100} 2^{100}$ E. $\binom{2015}{100} 2^{2015}$
37. Joseph mempunyai 10 koin. Joseph kemudian melemparkan 10 koin tersebut bersamaan. Untuk setiap koin yang muncul dengan sisi angka akan diberikan kepada Natsir. Kemudian, sisa koin yang Joseph miliki dilempar kembali. Dan untuk setiap koin yang muncul dengan sisi angka akan diberikan kepada Natsir. Begitu seterusnya hingga koin Joseph habis. Berapakah peluang bahwa Joseph akan melemparkan koin lebih dari 2 kali?...
- A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$ B. $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$ C. $1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$ D. $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$ E. 2^{-10}
38. Jumlah semua bilangan bulat $a < 2015$ sedemikian sehingga $ax^4 + 1$ dapat difaktorkan menjadi $(bx^2 - cx + 1)(bx^2 + cx + 1)$, untuk semua x dimana b, c juga bilangan bulat adalah ...
- A. 1412 B. 1413 C. 1414 D. 1415 E. 1416
39. Banyaknya bilangan real x yang memenuhi $x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 176x + 2015 = 0$ yaitu ...
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4
40. Banyaknya bilangan bulat positif sehingga $p, p + 8, p + 16$ merupakan bilangan prima adalah ...
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

2 Isian Singkat

41. Didefinisikan barisan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dengan $x_k = \frac{1}{k^2+k}$. Jika jumlah dari $x_a + x_{a+1} + x_{a+2} + \dots + x_m = \frac{11}{152}$, berapakah $m + a$?
42. Bilangan asli terkecil yang memiliki sifat bersisa 4 jika dibagi 8, bersisa 8 jika dibagi 12, bersisa 12 jika dibagi 20, bersisa 20 jika dibagi 24, dan bersisa 22 jika dibagi 50 adalah ...
43. Suatu bilangan 6 angka dikatakan bersifat "LMNas 26" jika keenam angka tersebut bisa diatur posisinya sedemikian sehingga jumlah dari tiga angka pertama dikurangi jumlah dari tiga angka terakhir berselisih tak lebih dari 9. Banyaknya bilangan yang bersifat "LMNas 26" adalah ...
44. Nilai dari
- $$\frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \cdot \frac{4^3 - 1}{4^3 + 1} \cdots \frac{26^3 - 1}{26^3 + 1}$$
- adalah ...
45. Joseph, Natsir, Riri, Yuni dan Garry akan bermain kartu remi. Namun, karena permainan ini hanya bisa dimainkan oleh 4 orang, maka mereka memutuskan untuk main secara bergantian dengan aturan sebagai berikut. 4 orang akan bermain terlebih dahulu, dan 1 sisanya menjadi pemain cadangan. Jika seorang pemain kalah dalam suatu putaran, maka pada putaran selanjutnya, pemain tersebut digantikan oleh pemain cadangan. Setiap orang yang bermain pada suatu putaran,

akan mendapatkan poin sbb.

Juara 1 : 4 poin

Juara 2 : 3 poin

Juara 3 : 2 poin

Juara 4 : 1 poin

Pemain yang mendapatkan 75 poin (atau lebih) terlebih dahulu, akan menjadi pemenang. Pada awal permainan, semua pemain memiliki poin nol. Permainan pun dimulai dengan putaran pertama diikuti oleh Joseph, Natsir, Riri dan Yuni, sementara Garry menjadi pemain cadangan. Pada putaran pertama, Joseph mendapat juara 2, sementara Natsir juara 1. Setelah sekian putaran, seseorang diantara mereka pun berhasil memenangkan permainan. Ketika dihitung, total poin semua pemain adalah 190. Orang yang mendapat peringkat terakhir ternyata hanya mampu mengumpulkan 9 poin. Jika diketahui bahwa Yuni mendapat peringkat 2 dan selama permainan, Joseph sempat mendapatkan poin yang sama selama 15 putaran berturut-turut, maka pemain yang mendapat peringkat 3 pada putaran ke-10 adalah ...