

# LOMBA MATEMATIKA NASIONAL KE-27



Babak Penyisihan  
Tingkat SMP  
Minggu, 30 Oktober 2016

HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS GADJAH MADA  
SEKIP UTARA UNIT III BULAKSUMUR P .O. BOX BLS 21 YOGYAKARTA 55281  
lmnas@ugm.ac.id — <http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id>

## PERATURAN BABAK PENYISIHAN LOMBA MATEMATIKA UGM KE-27

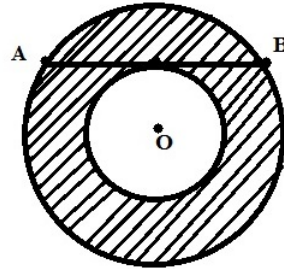
1. Peserta wajib mengenakan seragam sekolah dan bersepatu.
2. Peserta wajib membawa Kartu Pelajar atau Surat Keterangan Siswa Sekolah yang dilampiri pasfoto berukuran  $3 \times 4$ .
3. Peserta wajib membawa Kartu Tanda Peserta LMNAS 27 yang dapat diunduh dari web.
4. Peserta tidak boleh diwakilkan atau digantikan.
5. Peserta yang datang terlambat diperbolehkan masuk dan mengerjakan soal dengan waktu yang tersisa (tidak ada tambahan waktu).
6. Tulislah semua identitas diri Anda pada lembar jawaban yang disediakan.
7. Sebelum mengerjakan soal, periksalah kelengkapan naskah soal.
8. Bacalah dan kerjakan soal dengan cermat. Untuk soal pilihan ganda, pilih salah satu jawaban yang Anda anggap benar dengan menghitamkan bulatan huruf jawaban tersebut. Untuk soal isian singkat, cukup tuliskan jawaban akhir pada kotak yang tersedia.
9. Untuk soal pilihan ganda, jawaban benar bernilai +4, salah bernilai -1, kosong bernilai 0
10. Untuk soal isian singkat, jawaban benar bernilai +8, sedangkan salah atau kosong bernilai 0.
11. Apabila terdapat nilai yang sama maka yang diperhatikan pertama kali adalah jumlah benar pada isian singkat, kemudian jumlah salah pada pilihan ganda.
12. Tidak diperkenankan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya selama pengerjaan soal.
13. Selama waktu pengerjaan soal, HP, tablet atau alat elektronik lainnya harus dinonaktifkan.
14. Dilarang pinjam-meminjam alat tulis, bekerja sama, memberikan jawaban, atau melihat jawaban peserta lain selama lomba berlangsung.
15. Peserta tidak diperkenankan meninggalkan ruang lomba selama pengerjaan soal tanpa seizin pengawas ruang.
16. Jika peserta melakukan pelanggaran, maka pengawas ruang akan memberi peringatan. Jika pelanggaran dilakukan lebih dari 2 (dua) kali, maka peserta akan didiskualifikasi.
17. Untuk soal yang tidak ada ralat selama lomba berlangsung, maka soal harus dikerjakan apa adanya.
18. Waktu pengerjaan soal adalah 120 menit.
19. Setelah selesai lomba, tinggalkan pekerjaan anda di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek. Naskah soal boleh dibawa pulang.
20. Sertifikat peserta hanya diberikan kepada peserta yang datang dan mengikuti babak penyisihan LMNAS 27. Sertifikat dibagikan setelah selesai mengikuti babak penyisihan.
21. Pengumuman hasil penyisihan dapat dilihat di web LMNAS 27 (<http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id>) maksimal tanggal 7 November 2016. Keputusan dewan juri tidak dapat diganggu gugat.
22. Untuk peraturan lainnya yang belum jelas dapat ditanyakan kepada panitia pengawas.

# 1 Pilihan Ganda

- Nilai dari  $\sqrt{4 + \sqrt{16 + \sqrt{64 + \sqrt{\dots}}}}$  adalah ...  
 A. 2                      B. 4                      C.  $4\sqrt{2}$                       D. 3                      E.  $2\sqrt{2}$
- Garry suka roti kacang atau keju. Harga sebuah roti kacang adalah Rp 1.700 dan harga sebuah roti keju adalah Rp 1.900. Garry menghabiskan uang Rp 43.400 untuk membeli roti - roti tersebut. Jumlah roti yang dibeli Garry adalah ...  
 A. 26                      B. 24                      C. 28                      D. 25                      E. 22
- Banyaknya bilangan berbentuk  $\underbrace{1000\dots00}_n 1$  dengan  $1 \leq n \leq 100$  yang merupakan bilangan prima adalah ...  
 A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 7                      E. 8
- Diketahui  $a, b, c$  bilangan real berbeda yang tidak nol. Jika  $a + \frac{4}{b} = b + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a}$ , maka nilai dari  $(abc)^2$  adalah ...  
 A. 16                      B. 32                      C. 64                      D. 8                      E. 20
- Diberikan segi-2016 beraturan. Peluang terbentuknya segitiga yang bukan segitiga sama sisi yang dibentuk dari tiga titik sudut segi-2016 adalah ...  
 A.  $1 - \frac{2016}{3 \cdot \binom{2016}{3}}$       B.  $1 - \frac{2016}{\binom{2016}{3}}$       C.  $\frac{2016}{3 \cdot \binom{2016}{3}}$       D.  $\frac{2016}{\binom{2016}{3}}$       E. 1
- Melody mencoba membentuk himpunan yang berisi bilangan prima, sehingga semua digit dari 1 sampai 9 muncul tepat satu kali. Haruka mencoba membantu Melody dengan memberikan himpunan  $\{7, 83, 421, 659\}$ . Sayangnya, Melody tidak mau menggunakan himpunan tersebut karena jumlahan semua bilangan pada himpunan tersebut terlalu besar. Kalian diminta untuk membantu mereka. Jumlahan terkecil yang mungkin dari himpunan tersebut adalah ...  
 A. 207                      B. 205                      C. 203                      D. 252                      E. 262
- Misalkan diberikan bilangan desimal  $\overline{0,abc}$  dengan  $a, b, c$  bilangan asli. Posisi ke-1 adalah  $a$ , posisi ke-2 adalah  $b$ , dan posisi ke-3 adalah  $c$ . Diketahui  $H = \frac{1}{9} + \frac{1}{99} + \frac{1}{999} + \dots + \frac{1}{10^n - 1} + \dots$ . Jika  $H$  dibawa ke bentuk desimalnya, maka angka pada posisi ke-92 adalah ...  
 A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 7                      E. 8
- Diberikan segitiga  $ABC$  yang tumpul di  $C$ . Titik  $M$  adalah titik tengah  $AB$ . Melalui  $C$ , dibuat garis tegak lurus terhadap  $BC$  yang memotong  $AB$  di titik  $E$ . Dari  $M$ , ditarik garis memotong  $BC$  tegak lurus di  $D$ . Jika luas segitiga  $ABC$  adalah 54, maka luas segitiga  $BED$  adalah ...  
 A. 30                      B. 27                      C. 54                      D. 60                      E. 40
- Diberikan barisan bilangan  $a_n$  dengan definisi :  

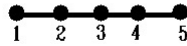
$$a_n = \begin{cases} 9k & , n = 2k - 1 \\ 27 - k & , n = 2k \end{cases}$$
 Jumlahan seratus suku pertama adalah ...  
 A. 11551                      B. 11552                      C. 11550                      D. 11549                      E. 11548

10. Diberikan barisan aritmatika  $a_n$  dengan  $2016 \cdot a_{2016} = 2015 \cdot a_{2015}$ . Jika diketahui  $a_m = 0$ , maka nilai  $m$  adalah ...
- A. 2018                      B. 4032                      C. 2016                      D. 4030                      E. 4031
11. Banyaknya bilangan palindrom 4 digit yang habis dibagi 66 adalah ...
- A. 12                          B. 13                          C. 14                          D. 15                          E. 16
12. Diperhatikan gambar berikut



- Diberikan lingkaran  $P$  dan  $Q$  yang pusatnya sama-sama di titik  $O$  dan  $P$  lingkaran dengan jari-jari kurang dari  $Q$ . Titik  $A$  dan  $B$  berada pada lingkaran  $Q$ . Diketahui  $AB = 18$  merupakan garis singgung lingkaran  $P$ . Luas daerah yang diarsir adalah ...
- A. 90                          B.  $90\pi$                       C.  $72\pi$                       D.  $81\pi$                       E. 81
13. Bilangan asli terkecil yang tidak sama dengan 1 dan habis membagi setiap bilangan berbentuk  $abcabc$  adalah ...
- A. 11                          B. 7                              C. 13                          D. 9                              E. 17
14. Jika kita mengambil 77 angka secara acak dari himpunan  $\{1, 2, 3, \dots, 150\}$ , maka kita dijamin akan menemukan  $k$  pasangan angka dimana selisih dua angka itu adalah 19. Diasumsikan pasangan  $(a, b) = (b, a)$ . Nilai  $k$  adalah ...
- A. 1                              B. 2                              C. 3                              D. 4                              E. 5
15. Untuk sembarang bilangan 4 digit  $N$ , didefinisikan  $R(N)$  adalah bilangan asli 4 digit yang diperoleh dengan membalik posisi digit-digit dari  $N$ . Sebagai contoh,  $R(3471) = 1743$ . Banyaknya bilangan asli  $N$  sehingga  $R(N) = 4N + 3$  adalah ...
- A. 5                              B. 3                              C. 2                              D. 1                              E. 0
16. Diketahui  $x = \frac{1}{\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \frac{1}{104} + \frac{1}{105}}$ . Maka bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan  $x$  adalah ...
- A. 19                          B. 20                          C. 21                          D. 22                          E. 23
17. Jika  $(1 + x - 2x^2)^6 = 1 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$ , maka nilai dari  $a_2 + a_4 + \dots + a_{12}$  adalah ...
- A. 34                          B. 35                          C. 30                          D. 32                          E. 31

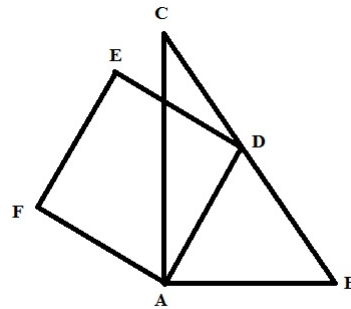
18. Diberikan gambar berikut.



Alzim akan pergi dari kota 1 ke kota 5. Pilihan transport yang mungkin yaitu kereta api dan pesawat. Kereta hanya dapat membawa Alzim ke kota terdekat. Sementara pesawat dapat membawa Alzim ke kota manapun. Alzim tidak ingin pergi dari satu kota ke kota lain yang nomornya lebih kecil. Banyaknya cara Alzim mencapai kota 5 adalah ...

- A. 28                      B. 31                      C. 26                      D. 25                      E. 24

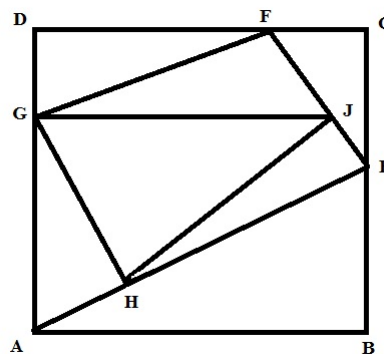
19. Diberikan gambar berikut.



Diketahui  $ABC$  adalah segitiga siku-siku dimana  $AB = 6$ ,  $AC = 8$ , dan titik  $D$  adalah titik tengah dari  $BC$ , serta  $G$  adalah perpotongan antara  $AC$  dan  $DE$ . Luas bangun  $AGEF$  adalah ...

- A.  $\frac{125}{16}$                       B.  $\frac{125}{64}$                       C.  $\frac{120}{16}$                       D.  $\frac{125}{8}$                       E.  $\frac{120}{8}$

20. Diperhatikan gambar berikut



Persegi  $ABCD$  memiliki panjang sisi 12. Titik  $E$  merupakan titik tengah sisi  $BC$ . Titik  $F$  terletak pada sisi  $CD$  sehingga  $FC = \frac{1}{3}AE$ . Diketahui pula  $GD = \frac{1}{4}AD$ ,  $AH = \frac{1}{3}AE$  dan titik  $J$  merupakan titik tengah ruas garis  $EF$ . Luas segitiga  $GJH$  adalah ...

- A. 30                      B. 60                      C. 35                      D. 70                      E. 140

21. Diberikan  $n$  buah bilangan asli berbentuk  $2^p \cdot 3^q \cdot 5^r$  dimana  $p, q$  dan  $r$  bilangan cacah. Nilai minimal  $n$  sehingga dapat dipastikan paling sedikit ada dua bilangan diantara  $n$  buah bilangan tersebut yang hasil kalinya merupakan bilangan kuadrat adalah ...

- A. 12                      B. 14                      C. 8                      D. 9                      E. 10

22. Diberikan bilangan  $A = 22^5$  dan  $B = 15^5 + 10^5 + 8^5$ . Pernyataan yang benar yaitu ...

- A.  $A < B$                       B.  $A > B$                       C.  $A = B$                       D.  $2A = B$                       E.  $3A = 2B$

23. Jika diketahui  $x = \frac{4}{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt[4]{5} + 1)(\sqrt[8]{5} + 1)(\sqrt[16]{5} + 1)}$ , maka nilai  $(x + 1)^{48}$  adalah ...
- A. 5                      B. 10                      C. 625                      D. 125                      E. 25
24. Banyaknya bilangan asli  $x$  sehingga pecahan  $\frac{5x - 3}{4 - 7x}$  dapat disederhanakan adalah ...
- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3                      E. Tak Hingga
25. Diberikan bilangan real  $a$  dan  $b$  dengan  $-1 < a < 1$  dan  $-1 < b < 1$ . Jika  $M = \frac{a + b}{1 + ab}$ , maka pernyataan yang benar adalah ...
- A.  $M < 1$                       B.  $M > 1$                       C.  $-1 \leq M < 1$                       D.  $-1 < M \leq 1$                       E.  $-1 < M < 1$
26. Jumlah semua bilangan antara  $10^7$  dan  $10^9$  yang jumlah digitnya 3 adalah ...
- A. 35                      B. 36                      C. 37                      D. 38                      E. 39
27. Diberikan himpunan  $S = \{1, 2, \dots, 10\}$  dan fungsi  $f : S \rightarrow S$  yang merupakan korespondensi satu-satu yang memenuhi  $f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = 5$  dan  $f(5) = 6$ . Banyaknya fungsi  $f$  yang memenuhi adalah ...
- A.  $4!$                       B.  $6!$                       C.  $(5!)^2$                       D. 25                      E.  $5!$
28. FPB dari himpunan  $\{16^n - 1 + 10^n : n \text{ bilangan asli}\}$  adalah ...
- A. 1                      B. 5                      C. 25                      D. 75                      E. 355
29. Banyaknya bilangan yang dapat dibentuk oleh angka 1,3,5,7 dengan tidak diperbolehkan digit berulang adalah ...
- A. 64                      B. 60                      C. 68                      D. 96                      E. 100
30. Diberikan segitiga  $ABC$  dengan titik sudut  $A = (-5, 6), B = (-1, -4)$ , dan  $C = (3, 2)$ . Jika garis-garis tinggi segitiga  $ABC$  adalah  $g : y = m_1x + c_1, h : y = m_2x + c_2$  dan  $h : m_3x + c_3$ , maka nilai dari  $m_1 + m_2 + m_3 + c_1 + c_2 + c_3$  adalah ...
- A.  $\frac{36}{5}$                       B.  $\frac{16}{5}$                       C.  $\frac{27}{5}$                       D.  $\frac{18}{5}$                       E.  $\frac{46}{5}$
31. Misalkan  $N$  bilangan bulat terbesar yang memenuhi  $N + 10$  habis membagi  $N^3 + 100$ . Jumlah digit-digit dari  $N$  adalah ...
- A. 15                      B. 16                      C. 17                      D. 18                      E. 19
32. Pak Garry berumur sekitar 40-an tahun. Menuliskan umurnya tiga kali berturut-turut (misalkan umur pak Garry 42 tahun, maka ditulis 424242), kita mendapatkan bilangan 6 digit yang sama dengan hasil kali umur pak Garry, umur istrinya dan umur masing-masing keempat anaknya. Jumlah umur istri dan keempat anaknya adalah ...
- A. 59                      B. 60                      C. 61                      D. 62                      E. 63
33. Titik  $P$  adalah titik di dalam persegi panjang  $ABCD$  sedemikian sehingga  $AP = 5, BP = 1, CP = 5$ . Panjang  $DP$  adalah ...
- A. 7                      B. 8                      C. 6                      D. 5                      E. 4
34. Dua buah lingkaran  $L_1$  dan  $L_2$  masing-masing memiliki pusat di  $A$  dan  $B$ . Titik  $B$  berada pada  $L_1$  dan titik  $A$  berada pada  $L_2$ .  $L_1$  dan  $L_2$  berpotongan di titik  $C$  dan  $D$ . Titik  $E$  dan  $F$  berada pada  $L_2$ , sedemikian sehingga ruas garis  $EF$  merupakan garis singgung  $L_1$  yang melalui  $B$ . Jika  $AE$  memotong  $L_1$  di titik  $G$  dan  $\angle DAG > \angle CAG$ . Besar  $\angle AGD$  adalah ...
- A.  $30^\circ$                       B.  $37,5^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $82,5^\circ$                       E.  $45^\circ$

35. Bilangan  $x > 18$  membagi suatu bilangan akan menghasilkan sisa 18. Jika tiga kali bilangan tersebut dibagi  $x$  menghasilkan sisa 10, maka nilai  $x$  yang memenuhi adalah ...
- A. 20                      B. 21                      C. 22                      D. 23                      E. 24
36. Dua digit terakhir dari  $27^{2016}$  adalah ...
- A. 01                      B. 81                      C. 21                      D. 61                      E. 41
37. Pada sisi utara suatu jalan di kota LMNaston, 49 bangunan diberi nomor berurutan dari 1 sampai 49. Bilangan  $n$  sehingga jumlahan semua nomor bangunan di sebelah kiri bangunan bernomor  $n$  sama dengan jumlahan semua nomor bangunan di sebelah kanannya adalah ...
- A. 35                      B. 34                      C. 36                      D. 33                      E. 38
38. Diketahui  $f(1) + f(2) + \dots + f(n) = n \cdot f(n)$  dengan  $f(1) = 2016$ . Nilai dari  $f(2017) + f(2018) + f(2019)$  adalah ...
- A. 6048                      B. 6000                      C. 3024                      D. 3000                      E. 7200
39. Diberikan fungsi  $F$  dengan  $F(x) + 5F\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{1}{x}$  untuk semua bilangan real  $x$  dengan  $x \neq 1$  dan  $x \neq 0$ . Jika  $F(5) = \frac{a}{b}$  dengan  $a$  dan  $b$  saling prima, maka nilai  $a + b$  adalah ...
- A. 179                      B. 189                      C. 81                      D. 168                      E. 169
40. Didefinisikan  $F_n$  adalah barisan bilangan Fibonacci, yaitu  $F_1 = 1, F_2 = 1$ , dan  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ , untuk bilangan asli  $n \geq 3$ . Jika diketahui  $F_{24} = 46.368$  dan  $F_{28} = 317.811$ , nilai dari  $F_{26}$  adalah ...
- A. 121.993                      B. 121.333                      C. 121.393                      D. 121.339                      E. 121.993

## 2 Isian Singkat

41. Nilai  $m > 90$  terkecil sehingga bilangan  $\underbrace{111 \dots 11}_{m \text{ digit}}$  bukan merupakan bilangan prima adalah ...
42. Diberikan himpunan  $A = \{1, 2, 3, \dots, 2016\}$ . Banyaknya cara membentuk himpunan  $A_1, A_2, A_3$  dengan sifat  $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = A$  dan  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \emptyset$  adalah ...
43. Andi, Budi dan Cindi hobi berenang. Andi berenang 7 hari sekali, Budi berenang 11 hari sekali dan Cindi berenang 13 hari sekali. Kemarin Andi berenang, besok Budi berenang dan satu hari setelah Budi berenang giliran Cindi berenang. Dalam waktu terdekat, berapa hari lagi mereka bertiga akan berenang bersama ?
44. Diberikan  $p = \frac{1}{2\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}$ . Misalkan  $p = \frac{a}{b}$ , maka nilai dari  $a + b$  adalah ...
45. Banyaknya bilangan 6 digit yang jumlahan dari digit - digitnya sama dengan 8 dan empat diantaranya digit-digitnya adalah 0,0,1 dan 4 yaitu ...