

LOMBA MATEMATIKA NASIONAL KE-28



Babak 75 Besar
Tingkat SMA
Minggu, 12 November 2017

HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA
SEKIP UTARA UNIT III BULAKSUMUR P.O. BOX BLS 21 YOGYAKARTA 55281
lmnas@ugm.ac.id — <http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id>

PERATURAN BABAK 75 BESAR LOMBA MATEMATIKA UGM KE-28

1. Peserta wajib mengenakan seragam sekolah dan bersepatu.
2. Membawa **Kartu Pelajar** atau **Surat Keterangan Siswa Sekolah yang dilampiri foto**.
3. Setiap peserta diwajibkan membawa kartu tanda peserta yang telah diberikan oleh panitia.
4. Peserta tidak boleh diwakilkan atau digantikan.
5. Peserta yang datang terlambat diperbolehkan masuk dan mengerjakan soal dengan waktu yang tersisa (tidak ada tambahan waktu).
6. Tuliskan identitas diri anda pada bagian atas lembar kerja.
7. Soal terdiri dari 20 isian singkat, dengan penilaian **benar +5** sedangkan **salah -1** dan **kosong bernilai 0**.
8. Jika ada dua atau lebih peserta dengan nilai yang sama pada batas 25 besar, maka peserta dengan jumlah salah paling sedikit, berhak lolos ke babak selanjutnya.
9. Jika ada dua atau lebih peserta dengan jumlah benar, salah dan kosong sama pada batas 25 besar, maka para peserta tersebut berhak lolos ke babak selanjutnya.
10. Tuliskan jawaban akhir pada kotak yang telah disediakan di samping soal.
11. Waktu pengerjaan soal adalah **90 menit**.
12. Tidak diperkenankan menggunakan alat bantu hitung seperti kalkulator, HP, tabel matematika dan alat bantu hitung lainnya selama pengerjaan soal.
13. Selama waktu pengerjaan soal, HP, tablet atau alat elektronik lainnya harus dinonaktifkan.
14. Selama lomba berlangsung dilarang pinjam-meminjam alat tulis, bekerjasama, memberikan jawaban, atau melihat jawaban peserta lain.
15. Peserta tidak diperkenankan meninggalkan ruang lomba selama pengerjaan soal tanpa seizin pengawas.
16. Jika peserta melakukan pelanggaran, maka pengawas ruang akan memberi peringatan. Jika pelanggaran dilakukan lebih dari 2 (dua) kali, maka peserta akan didiskualifikasi.
17. Untuk soal yang tidak ada ralat selama lomba berlangsung, maka soal harus dikerjakan apa adanya.
18. Setelah selesai mengerjakan, tinggalkan lembar kerja Anda di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek.
19. Sertifikat peserta hanya diberikan kepada peserta yang datang dan mengikuti babak 75 besar LM-NAS 28 sampai akhir.
20. **Keputusan dewan juri tidak dapat diganggu gugat.**
21. Untuk peraturan lainnya yang belum jelas dapat ditanyakan kepada panitia pengawas.

1. Diberikan bilangan bulat nonnegatif $l, m,$ dan n yang memenuhi $l + m + n = 28$. Nilai maksimum yang mungkin dari $lmn + lm + ln + mn$ adalah
2. Diketahui a dan b merupakan akar dari persamaan $x^2 - 2019x + k = 0$ dengan a dan b merupakan bilangan prima. Nilai k adalah
3. Diberikan bilangan bulat $x, y,$ dan z yang membentuk barisan geometri. Diketahui $7x - 3, y^2,$ dan $5z - 6$ membentuk barisan aritmatika. Nilai dari $x + y + z$ adalah
4. Diketahui polinomial $g(x)$ dengan koefisien-koefisiennya merupakan bilangan bulat dan $g(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}) = 0$. Polinomial $g(x)$ dengan derajat paling kecil dan koefisien pangkat tertingginya adalah 1 yang memenuhi kondisi diatas adalah
5. Nilai k terkecil sehingga jika dipilih k bilangan dari himpunan $\{1, 2, \dots, 16\}$ pasti terdapat dua bilangan misalkan a dan b dari k bilangan tersebut yang memenuhi $a^2 + b^2$ merupakan bilangan prima adalah
6. Diberikan dua buah dadu identik yang mempunyai sisi 6 dan tidak setimbang. Untuk masing-masing dadu misalkan $p(k)$ menyatakan peluang untuk mendapatkan mata dadu k dengan $1 \leq k \leq 6$. Diketahui untuk setiap k dengan $1 \leq k \leq 6$ berlaku $\frac{p(k)}{k^2} = c$ dengan c merupakan suatu konstanta real. Diketahui sebuah pelemparan menghasilkan jumlah kedua mata dadu yang muncul adalah 8 dan peluang bahwa mata dadu yang muncul merupakan angka yang sama dapat dinyatakan sebagai $\frac{p}{q}$ dengan p dan q bilangan asli yang relatif prima. Nilai dari $p + q$ adalah
7. Diberikan sistem persamaan

$$\begin{aligned}x^3 &= 2y - 1 \\y^3 &= 2z - 1 \\z^3 &= 2x - 1\end{aligned}$$

Semua pasangan bilangan real (x, y, z) yang merupakan solusi dari sistem persamaan diatas adalah

8. Diberikan segitiga ABC dengan panjang sisi $AB = 70, BC = 60, CA = 50$. A' adalah titik pada lingkaran luar ABC sedemikian hingga AA' sejajar BC . Panjang AA' adalah
9. Diberikan polinomial $f(x)$ yang memenuhi $f(f(x)) - x^2 = xf(x)$ untuk setiap bilangan real x . Nilai dari $f(-2017)$ adalah
10. Untuk setiap bilangan asli n didefinisikan $[n]$ sebagai bilangan bulat terbesar yang lebih kecil dari atau sama dengan n . Banyaknya bilangan positif t yang memenuhi

$$0,9t = \frac{[t]}{t - [t]}$$

adalah

11. Bilangan asli k sedemikian hingga perkalian digit-digitnya sama dengan $k^2 - 11k - 38$ adalah ...
12. Diberikan dua himpunan saling asing A dan B yang memenuhi $A \cup B = \{1, 2, \dots, 12\}$. Diketahui banyak anggota masing masing himpunan bukan merupakan anggota himpunan itu sendiri. Banyaknya pasangan terurut (A, B) yang mungkin adalah ...

13. Untuk sebarang himpunan $T \subset \mathbb{N}$ didefinisikan himpunan

$$f(T) = \{[\sqrt{t}] \mid t \in T\}$$

dengan $[t]$ merupakan bilangan bulat terkecil yang lebih besar dari atau sama dengan t . Banyaknya himpunan S yang memenuhi $|f(S)| = 2$ dan $f(f(S)) = \{2\}$ adalah

14. Diberikan lingkaran yang berpusat di titik O yang berjari-jari $5\sqrt{20}$. Dibuat titik A dan C yang berada pada sisi lingkaran dan titik B di dalam lingkaran sedemikian hingga panjang segmen $AB = 6, BC = 2$, dan $\angle ABC = 90^\circ$. Panjang ruas garis OB adalah

15. Pada lingkaran ω , terdapat titik-titik A, B, C, D yang terletak pada urutan tersebut. Diketahui bahwa AC tegak lurus BD dan $AB = 8, BC = \sqrt{77}$ dan $DA = 3\sqrt{11}$. Panjang AC adalah

16. Banyaknya pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi persamaan

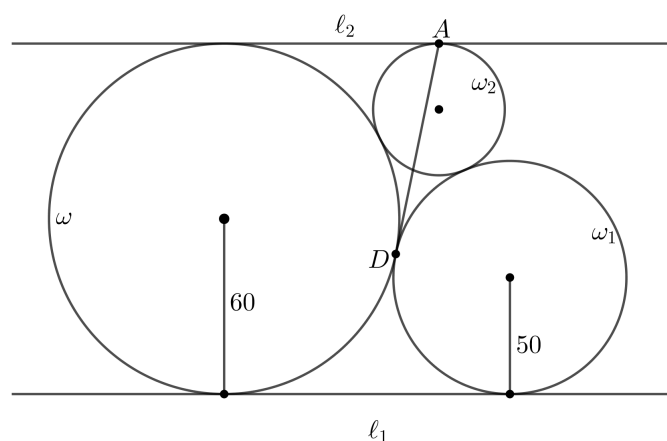
$$(x^2 - y^2)^2 = 1 + 16y$$

adalah

17. Semua kemungkinan bilangan tiga digit $n = \overline{abc}$ yang memenuhi $2n = 3a!b!c!$ adalah

18. Diberikan petak berukuran 3×3 yang akan diisi oleh 9 bilangan yang dipilih dari himpunan $\{1, 2, \dots, 2017\}$. Misalkan $l, m,$ dan n berturut-turut merupakan median dari baris 1,2,3 dan a merupakan median dari $\{l, m, n\}$. Diketahui s adalah banyaknya kemungkinan susunan angka pada petak 3×3 tersebut yang membuat $a = 28$. Digit terakhir dari s adalah

19. Diketahui ω adalah lingkaran dengan jari-jari 60 menyinggung dua garis sejajar ℓ_1 dan ℓ_2 . Lingkaran ω_1 adalah lingkaran yang berjari-jari 50 menyinggung ℓ_1 dan menyinggung ω dari luar di titik D . Lingkaran ω_2 adalah lingkaran yang menyinggung ω, ω_1 dari luar dan menyinggung garis ℓ_2 pada titik A . Panjang AD adalah



20. Jumlahan semua bilangan real m yang membuat polinomial

$$f(x) = (x^2 - 2mx - 4(m^2 + 1))(x^2 - 4x - 2m(m^2 + 1))$$

memiliki 3 akar real berbeda adalah

Nama Peserta :
No. Peserta :

Babak : 75 Besar SMA
Waktu : 90 menit

Kotak Jawaban

1.	<input type="text"/>	11.	<input type="text"/>
2.	<input type="text"/>	12.	<input type="text"/>
3.	<input type="text"/>	13.	<input type="text"/>
4.	<input type="text"/>	14.	<input type="text"/>
5.	<input type="text"/>	15.	<input type="text"/>
6.	<input type="text"/>	16.	<input type="text"/>
7.	<input type="text"/>	17.	<input type="text"/>
8.	<input type="text"/>	18.	<input type="text"/>
9.	<input type="text"/>	19.	<input type="text"/>
10.	<input type="text"/>	20.	<input type="text"/>