

# LOMBA MATEMATIKA NASIONAL KE-28



Babak 75 Besar  
Tingkat SMP  
Minggu, 12 November 2017

HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS GADJAH MADA  
SEKIP UTARA UNIT III BULAKSUMUR P.O. BOX BLS 21 YOGYAKARTA 55281  
lmnas@ugm.ac.id — <http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id>

## PERATURAN BABAK 75 BESAR LOMBA MATEMATIKA UGM KE-28

1. Peserta wajib mengenakan seragam sekolah dan bersepatu.
2. Membawa **Kartu Pelajar** atau **Surat Keterangan Siswa Sekolah yang dilampiri foto**.
3. Setiap peserta diwajibkan membawa kartu tanda peserta yang telah diberikan oleh panitia.
4. Peserta tidak boleh diwakilkan atau digantikan.
5. Peserta yang datang terlambat diperbolehkan masuk dan mengerjakan soal dengan waktu yang tersisa (tidak ada tambahan waktu).
6. Tuliskan identitas diri anda pada bagian atas lembar kerja.
7. Soal terdiri dari 20 isian singkat, dengan penilaian **benar +5** sedangkan **salah -1** dan **kosong bernilai 0**.
8. Jika ada dua atau lebih peserta dengan nilai yang sama pada batas 25 besar, maka peserta dengan jumlah salah paling sedikit, berhak lolos ke babak selanjutnya.
9. Jika ada dua atau lebih peserta dengan jumlah benar, salah dan kosong sama pada batas 25 besar, maka para peserta tersebut berhak lolos ke babak selanjutnya.
10. Tuliskan jawaban akhir pada kotak yang telah disediakan di samping soal.
11. Waktu pengerjaan soal adalah **90 menit**.
12. Tidak diperkenankan menggunakan alat bantu hitung seperti kalkulator, HP, tabel matematika dan alat bantu hitung lainnya selama pengerjaan soal.
13. Selama waktu pengerjaan soal, HP, tablet atau alat elektronik lainnya harus dinonaktifkan.
14. Selama lomba berlangsung dilarang pinjam-meminjam alat tulis, bekerjasama, memberikan jawaban, atau melihat jawaban peserta lain.
15. Peserta tidak diperkenankan meninggalkan ruang lomba selama pengerjaan soal tanpa seizin pengawas.
16. Jika peserta melakukan pelanggaran, maka pengawas ruang akan memberi peringatan. Jika pelanggaran dilakukan lebih dari 2 (dua) kali, maka peserta akan didiskualifikasi.
17. Untuk soal yang tidak ada ralat selama lomba berlangsung, maka soal harus dikerjakan apa adanya.
18. Setelah selesai mengerjakan, tinggalkan lembar kerja Anda di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek.
19. Sertifikat peserta hanya diberikan kepada peserta yang datang dan mengikuti babak 75 besar LM-NAS 28 sampai akhir.
20. **Keputusan dewan juri tidak dapat diganggu gugat.**
21. Untuk peraturan lainnya yang belum jelas dapat ditanyakan kepada panitia pengawas.

1. Dua buah bilangan positif mempunyai selisih 4 dan hasil kalinya 28. Jumlahan kedua bilangan tersebut adalah ... .
2. Diberikan fungsi  $f(x) = (x - 1)(2x^2 + 3x + 4)(5x^2 - 6x - 7)$ . Diketahui  $f$  memotong sumbu- $x$  tepat sebanyak  $n$  kali. Nilai dari  $n$  adalah ... .
3. Diberikan bilangan real  $l, m$ , dan  $n$  sedemikian hingga

$$x^4 + 2x^3 + lx^2 - x + 2 = (x^2 + mx + 1)(x^2 + nx + 2)$$

Nilai dari  $l + m + n$  adalah ... .

4. Diberikan biangan real positif  $x, y$ , dan  $z$  yang memenuhi  $xyz = 1, x + \frac{1}{z} = 5, y + \frac{1}{x} = 29$ , dan  $z + \frac{1}{y} = \frac{m}{n}$  untuk suatu bilangan bulat positif  $m$  dan  $n$  dengan  $\text{FPB}(m, n) = 1$ . Nilai dari  $m + n$  adalah ... .
5. Diketahui  $p$  adalah suatu bilangan prima yang memenuhi  $16p + 1$  merupakan suatu bilangan kubik. Nilai dari  $p$  adalah ... .
6. Banyaknya bilangan  $n$  yang dipilih dari himpunan  $\{1, 2, \dots, 2017\}$  sedemikian hingga  $2^n - n^2$  tidak habis dibagi 7 adalah ... .
7. Diberikan dua barisan aritmatika  $1, 5, 9, \dots$  dan  $8, 15, 22, \dots$ . Misalkan himpunan  $A$  merupakan himpunan yang anggotanya merupakan gabungan dari 2017 suku pertama masing-masing barisan. Banyaknya bilangan berbeda yang ada di dalam  $A$  adalah ... .
8. Misalkan bilangan  $A$  merupakan koefisien dari  $l^7 m^6 n^7$  dari ekspansi  $(lm + mn + ln)^{10}$ . Jumlahan digit dari  $A$  adalah ... .
9. Dalam suatu ujian, banyak peserta ujian adalah  $N < 40$ . Peserta dikatakan lulus apabila nilainya minimal 65. Hasil ujian adalah sebagai berikut :
  - rata-rata seluruh peserta adalah 66
  - rata-rata yang lulus adalah 71
  - rata-rata yang gagal adalah 56

Namun ternyata ada soal yang salah sehingga nilai setiap peserta ditambah 5. Setelah ditambah, rata-rata peserta lulus adalah 75 dan rata-rata peserta yang gagal adalah 61. Jumlahan semua  $N$  yang mungkin adalah ... .

10. Diberikan  $\triangle ABC$  dengan panjang sisi  $AC = 12$  dan  $AB = 16$ . Apabila  $3\angle BAC + 2\angle ABC = 180^\circ$ . Panjang sisi  $BC$  adalah ... .
11. Diberikan  $\triangle ABC$  siku-siku di  $B$ . Lingkaran dalam segitiga  $ABC$  menyinggung sisi  $AB, BC$ , dan  $AC$  berturut-turut di titik  $D, E$  dan  $F$ . Diketahui panjang sisi  $AF = 21$  dan sisi  $FC = 44$ . Luas segitiga  $ABC$  adalah ... .
12. Didefinisikan fungsi bilangan bulat  $f(n) = m$  dengan  $m$  merupakan bilangan bulat positif terbesar sehingga  $\sqrt[n]{m}$  merupakan bilangan bulat. Nilai dari  $f(2) + f(3) + \dots + f(100)$  adalah ... . (Didefinisikan  $\sqrt[n]{n} = n$ )

13. Diberikan  $\triangle ABC$  dengan panjang sisi  $AB = 7, BC = 8, CA = 9$ . Garis sejajar  $BC$  yang melalui  $A$  memotong lingkaran luar  $ABC$  di  $T$ . Misalkan  $M$  adalah titik tengah  $BC$  dan  $TM$  memotong lingkaran luar  $ABC$  lagi di  $N$ , dan panjang  $MN = \frac{a}{b}$  untuk suatu bilangan asli  $a$  dan  $b$  dengan  $\text{FPB}(a, b) = 1$ . Nilai dari  $a + b$  adalah ... .

14. Pada sebuah papan catur berukuran  $2017 \times 2017$  yang berwarna hitam putih diletakkan sebanyak  $k$  menteri. Nilai  $k$  terbesar yang mungkin sehingga masing-masing dari  $k$  menteri tersebut tidak saling menyerang adalah ... .

**Keterangan :** Dua menteri dikatakan saling menyerang jika terletak pada diagonal yang sama.

15. Diberikan segienam beraturan  $ABCDEF$ . Dibuat persegi  $CDGH$  dengan menggunakan sisi  $CD$  sedemikian hingga persegi  $CDGH$  berada di luar daerah segienam tersebut. Diketahui  $M$  adalah titik tengah ruas garis  $AH$ . Besar sudut  $BMC$  adalah  $\dots^\circ$  .

16. Pasangan himpunan  $(A, B, C)$  dikatakan apatis apabila  $|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = 1$  dan  $|A \cap B \cap C| = 0$ . Diberikan himpunan  $L, M$ , dan  $N$  dengan  $L \cup M \cup N = \{1, 2, \dots, 28\}$ . Apabila banyaknya kemungkinan tripel  $(L, M, N)$  yang apatis adalah  $S$ . Banyaknya faktor positif dari  $S$  adalah ... .

17. Didefinisikan fungsi  $f$  sedemikian hingga untuk setiap bilangan bulat positif  $n$  memenuhi

$$\begin{aligned}f(1) &= 1 \\f(2n) &= f(n) \\f(2n + 1) &= (f(n))^2 - 2\end{aligned}$$

Nilai dari  $f(1) + f(2) + \dots + f(100)$  adalah ... .

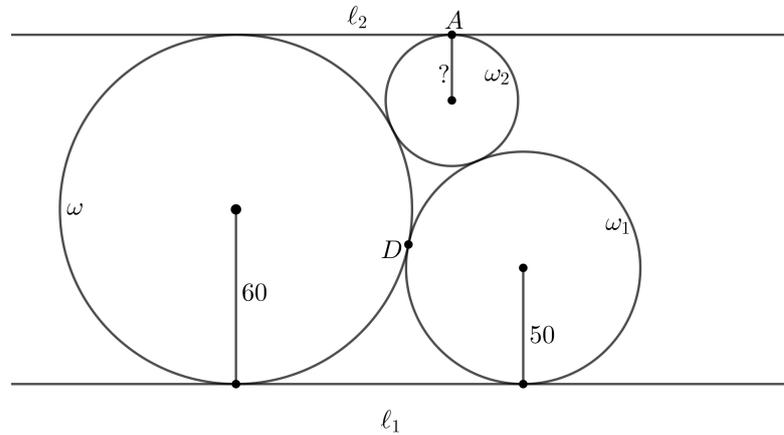
18.  $ABCD$  adalah trapesium dengan sisi sejajar  $AD$  sejajar  $BC$  dengan  $AD > BC$ . Diketahui pula bahwa  $AB$  tegak lurus  $BC$  dan  $AC$  tegak lurus  $CD$ . Titik  $E$  terletak pada sisi  $AD$  sedemikian hingga  $CD = CE$  dan titik  $F$  merupakan hasil pencerminan titik  $A$  terhadap titik  $B$ . Apabila  $\frac{L_{ACF}}{L_{CDE}} = 28$ , nilai dari  $\frac{AB}{DE}$  adalah ... . ( $L_{XYZ}$  menyatakan luas segitiga  $XYZ$ ).

19. Sebanyak 2828 orang bermain suatu permainan dan duduk secara melingkar. Diberikan 2828 kartu merah dan 2828 kartu putih. Setiap orang dibagikan 2 kartu merah atau 2 kartu putih. Pada putaran pertama, setiap orang melakukan tepat satu dari dua hal berikut:

- Jika dia mempunyai satu atau lebih kartu merah, ia memberi 1 kartu merah ke kirinya
- Jika dia tidak mempunyai kartu merah, ia memberi 1 kartu putih ke kirinya

Lalu pada putaran kedua setiap orang melakukan hal serupa sedemikian seterusnya. Diketahui  $N$  adalah banyak putaran minimal agar setiap orang memiliki 1 kartu merah dan 1 kartu putih. Nilai  $N$  adalah ... .

20. Diketahui  $\omega$  adalah lingkaran dengan jari-jari 60 menyinggung dua garis sejajar  $l_1$  dan  $l_2$ . Lingkaran  $\omega_1$  adalah lingkaran yang berjari-jari 50 menyinggung  $l_1$  dan menyinggung  $\omega$  dari luar. Lingkaran  $\omega_2$  adalah lingkaran yang menyinggung  $\omega, \omega_1$  dari luar dan menyinggung garis  $l_2$ . Jari-jari  $\omega_2$  adalah . . . .



Nama Peserta :  
No. Peserta :

Babak : 75 Besar SMP  
Waktu : 90 menit

Kotak Jawaban

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

16.

17.

18.

19.

20.