LOMBA MATEMATIKA NASIONAL KE-29 UGM

"MATEMATIKA UNTUK GENERASI PENERUS BANGSA"

BABAK PENYISIHAN

TINGKAT SMP

MINGGU, 28 OKTOBER 2018

HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA
SEKIP UTARA UNIT III BULAKSUMUR PO. BOX BLS 21 YOGYAKARTA 55281
lmnas@ugm.ac.id – http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id

PERATURAN BABAK PENYISIHAN LOMBA MATEMATIKA UGM KE-29

1. Peserta wajib mengenakan seragam sekolah dan bersepatu.
2. Peserta wajib membawa Kartu Pelajar atau Surat Keterangan Siswa Sekolah yang dilampiri foto.
3. Peserta wajib membawa Kartu Tanda Peserta LMNas 29 yang diunduh dari akun masing-masing peserta pada web LMNas 29 (http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id).
4. Peserta tidak boleh diwakilkan atau digantikan.
5. Peserta yang datang terlambat masuk dapat mengikuti tes setelah mendapatkan izin dari panitia/pengawas dengan tidak ada tambahan waktu.
6. Peserta menerima satu set soal, lembar jawaban, dan kertas buram.
7. Peserta memeriksa kelengkapan halaman lembar soal dan mengerjakan tes sesuai dengan waktu yang telah ditentukan.
8. Bacalah petunjuk pengerjaan soal dan petunjuk pengisian lembar jawaban.
9. Peserta mengisi lembar jawaban dengan menggunakan **bolpoin hitam**. Dilarang menggunakan penghapus cair pada lembar jawaban.
10. Peserta menuliskan isian nama peserta, asal sekolah, dan nomor peserta pada lembar jawaban.
11. Peserta menandatangani daftar hadir yang telah disediakan.
12. Tes babak penyisihan LMNas 29 terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 25 pilihan ganda, jawaban **benar bernilai +4, salah bernilai -1, dan kosong bernilai 0. Bagian Kedua terdiri dari 10 soal isian singkat, jawaban benar bernilai +10, sedangkan salah atau kosong bernilai 0**.
13. Waktu tes adalah 120 menit. Selama waktu itu, Anda boleh menyelesaikan soal mana pun sesuka Anda.
14. Apabila terdapat nilai yang sama maka yang diperhatikan pertama kali adalah cacah jawaban benar pada isian singkat, kemudian cacah jawaban salah pada pilihan ganda.
15. Peserta dilarang menggunakan buku catatan, kalkulator, atau alat bantu lainnya.
16. Peserta dilarang saling meminjam alat tulis, bekerja sama, memberikan jawaban, atau melihat jawaban peserta lain saat tes berlangsung.
17. Peserta dilarang berbicara atau melakukan hal-hal lain yang dapat mengganggu peserta lain.
18. Peserta tidak boleh meninggalkan ruangan sampai batas akhir waktu tes. Jika ada peserta yang hendak ke toilet pada saat tes harus seizin dan/atau diantar oleh pengawas.
19. Jika peserta melakukan pelanggaran, maka pengawas akan memberi peringatan. Jika pelanggaran dilakukan lebih dari 2 (dua) kali, maka peserta akan didiskualifikasi.
20. Peserta dapat bertanya pada pengawas dengan mengangkat tangan jika ada hal-hal yang tidak jelas. Dilarang menyampaikan pertanyaan yang mengarah pada jawaban butir soal.

21. Setelah tes selesai, tinggalkan lembar jawaban di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek, sedangkan naskah soal boleh dibawa pulang.
22. Setelah tes selesai, tinggalkan lembar jawaban di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek, sedangkan naskah soal boleh dibawa pulang.
23. **Sertifikat peserta hanya diberikan kepada peserta yang datang dan mengikuti babak penyisihan LMNAS 29 sampai akhir kegiatan.**
24. Pengumuman hasil penyisihan dapat dilihat di web LMNAS 29 (http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id).
25. **Keputusan dewan juri tidak dapat diganggu gugat.**

1 Pilihan Ganda

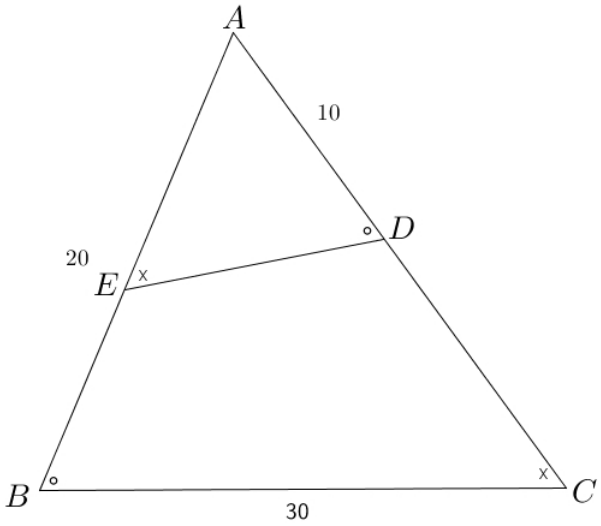
1. Diketahui f adalah fungsi yang memenuhi $f(1) = 2000$ dan $f(x+1)+12 = f(x)$ untuk setiap bilangan real x. Nilai $f(29) = \ldots$

   A. 1784 B. 1856 C. 2184 D. 2272 E. 1664

2. Manakah bilangan di bawah ini yang mempunyai banyak faktor paling sedikit?

   A. 60 B. 72 C. 98 D. 108 E. 150

3. Pada gambar di bawah ini, diketahui bahwa $AB = 20, AD = 10, BC = 30, AC = 18$ serta $\angle ADE = \angle ABC, \angle AED = \angle ACB$. Panjang DE adalah ...



   A. 15 B. 18 C. 21 D. 24 E. 12

4. Dua buah dadu biasa ditos. Peluang jumlah kedua mata dadu tidak lebih dari 10 adalah ...

   A. $\frac{11}{12}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{35}{36}$ D. $\frac{1}{6}$ E. $\frac{1}{2}$

5. Diberikan fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 - 3x + c$. Jika $f(1) = 4$ dan $f(2) = 7$, maka $f(-1) = \ldots$

   A. 0 B. 15 C. 5 D. 10 E. 25

6. Tentukan tiga digit terakhir dari

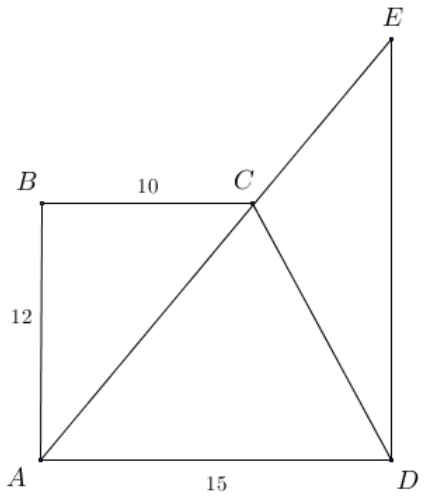
$$29 \times 299 \times 2999 \times 29999 \times \ldots \times 2\underbrace{999\ldots9}_{29 \text{ kali}}$$

   A. 029 B. 129 C. 229 D. 329 E. 429

7. Terdapat 8 kursi berjejer yang akan ditempati 3 siswi dan 5 siswa. Budi merupakan salah satu di antara 5 siswa tersebut. Apabila Budi harus diapit oleh 2 wanita, maka banyak cara mereka duduk adalah ...

A. 720 B. 1440 C. 2160 D. 3600 E. 4320

8. Segiempat $ABCD$ adalah trapesium dengan sisi sejajar BC dan AD serta AB tegak lurus AD. Diketahui bahwa $BC = 10, AD = 15, AB = 12$. Titik E adalah titik potong garis AC dengan garis melalui D tegak lurus AD. Luas segitiga CDE adalah ...



A. 45 B. 60 C. 75 D. 90 E. 105

9. Nilai dari $\sqrt{(29)(31)(33)(35)+16}$ sama dengan ...

A. 1011 B. 1019 C. 1021 D. 1029 E. 1031

10. Nilai dari $\dfrac{7^{29}-7^{27}-96}{7^{27}-2}$ sama dengan ...

A. 24 B. 42 C. 84 D. 48 E. 72

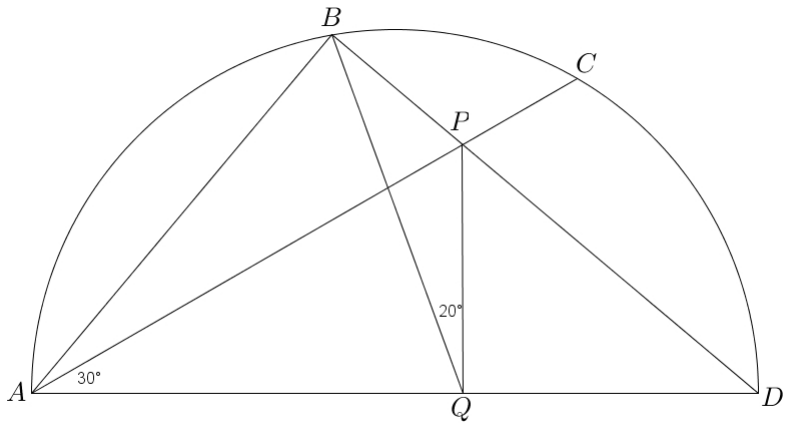
11. Diketahui bahwa x dan y adalah bilangan real positif dan

$$\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}\cdots}}}} = \frac{x^m}{y^m}$$

untuk suatu bilangan real m. Nilai m adalah ...

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{6}$ E. $\frac{1}{4}$

12. Diketahui AD adalah garis tengah dari sebuah setengah lingkaran. Tali busur AC dn BD bertemu di pada titik P yang berada di dalam setengah lingkaran. Titik Q terletak pada AD sedemikian hingga PQ tegak lurus AD. Apabila $\angle CAD = 30^\circ$ dan $\angle BQP = 20^\circ$, besar $\angle BCQ$ adalah ...



A. 40° B. 50° C. 60° D. 70° E. 80°

13. Banyaknya himpunan X yang memenuhi

$$\{1,2,3,4,5\} \subseteq X \subseteq \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$$

adalah ...

A. 16 B. 32 C. 42 D. 64 E. 80

14. Salah satu titik potong parabola dengan persamaan $y = ax^2 + bx + c$ dengan sumbu X adalah $(3, 0)$. Apabila puncak parabola tersebut adalah $(1, -2)$, tentukan nilai $121a - 11b + c$.

A. 62 B. 64 C. 66 D. 68 E. 70

15. Diketahui N adalah bilangan asli tiga digit yang satuannya bukan 0. Sedangkan M adalah bilangan asli tiga digit yang diperoleh dengan menukar satuan dan ratusan dari N. Diketahui jumlah dari M dan N adalah 483. Jumlah digit-digit dari M adalah ...

A. 9 B. 10 C. 11 D. 12 E. 13

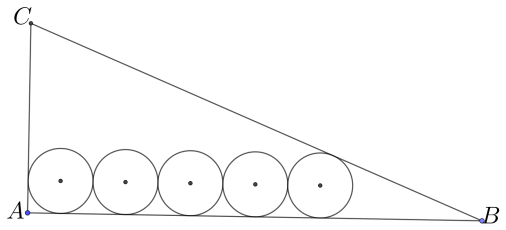
16. Nilai dari jumlahan tak hingga

$$S = 1 + \frac{3}{2018} + \frac{5}{2018^2} + \frac{7}{2018^3} + \frac{9}{2018^4} + \cdots$$

adalah ...

A. $\dfrac{2018^2}{2016^2}$ B. $\dfrac{2019^2}{2018^2}$ C. $\dfrac{2017 \cdot 2018}{2016^2}$
D. $\dfrac{2018 \cdot 2019}{2017^2}$ E. $\dfrac{2020 \cdot 2018}{2019^2}$

17. Semua lingkaran pada diagram "di bawah" menyinggung sisi AB dari segitiga serta jari-jari setiap lingkaran sama besar. Lingkaran paling kiri menyinggung sisi AC, serta lingkaran paling kanan menyinggung sisi BC. Apabila $AB = 12, AC = 5$ dan segitiga ABC siku-siku di A, maka jari-jari kelima lingkaran tersebut adalah ...



A. $\frac{30}{37}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{27}{37}$

18. Diketahui a dan b adalah bilangan asli relatif prima yang memenuhi $a > b$ dan $\frac{a^3 - b^3}{a^3 + a^2b - ab^2 - b^3} = \frac{129}{169}$. Nilai dari $a + 2b$ adalah ...

A. 14 B. 15 C. 16 D. 17 E. 18

19. Pada bidang kartesius, koordinat titik A adalah (l, m) dimana l dan m bilangan bulat yang memenuhi $1 < m < l$ dan $l + m < 80$. Titik B merupakan pencerminan dari titik A terhadap garis $y = x$ dan C merupakan pencerminan dari B terhadap sumbu Y. Apabila luas segitiga ABC adalah 667, maka nilai $l + m$ adalah ...

A. 75 B. 76 C. 77 D. 78 E. 29

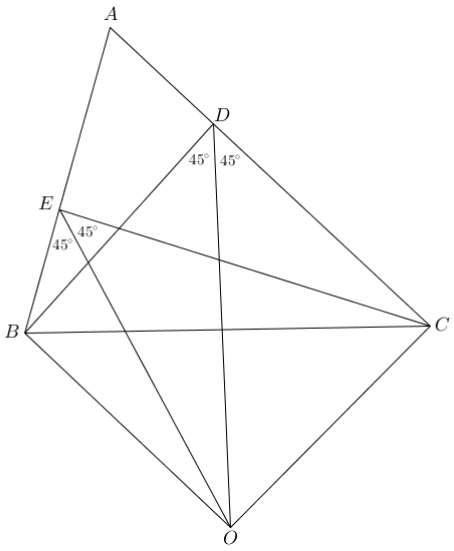
20. Diketahui $a_n = 10^n + 12^n$ untuk setiap bilangan asli n, sisa dari a_{131} dibagi oleh 1331 adalah ...

A. 121 B. 144 C. 150 D. 177 E. 220

21. Seekor semut berada pada titik $(0, 0)$ dari bidang kartesius. Pada setiap detik, semut tersebut dapat bergerak 1 satuan ke kiri, kanan, atas atau ke bawah. Banyak titik akhir yang mungkin dari semut tersebut setelah bergerak selama 1 menit adalah ...

A. 2401 B. 3025 C. 3721 D. 4096 E. 4356

22. Diberikan segitiga ABC dengan garis tinggi BD dan CE. Garis bagi dalam $\angle BEC$ dan $\angle BDC$ berpotongan pada titik O. Apabila $AB = 4\sqrt{26}, BC = 24$ dan $CA = 20\sqrt{2}$, maka panjang AO adalah ...



A. $5\sqrt{17}$ B. $6\sqrt{17}$ C. $7\sqrt{17}$ D. $8\sqrt{17}$ E. $9\sqrt{17}$

23. Perhatikan polinomial

$$P(x) = (x+1)(x^2+3)(x^4+9)(x^8+27)\cdots(x^{1024}+3^{10}).$$

Koefisien x^{2018} dapat dinyatakan dalam bentuk 3^a. Nilai a adalah ...

A. 9 B. 8 C. 7 D. 6 E. 5

24. Diberikan a dan b bilangan bulat positif sehingga $\dfrac{ab+1}{a+b} < \dfrac{3}{2}$. Nilai terbesar yang mungkin dari $\dfrac{a^3b^3+1}{a^3+b^3}$ adalah $\dfrac{p}{q}$, dengan p dan q adalah bilangan asli relatif prima. Nilai $p+q$ adalah ...

A. 12 B. 36 C. 18 D. 428 E. 6

25. Diketahui barisan $(a_n)_{n\geq 1}$ merupakan barisan bilangan real positif. Diketahui bahwa $a_{2n-1}, a_{2n}, a_{2n+1}$ membentuk barisan geometri dan $a_{2n}, a_{2n+1}, a_{2n+2}$ membentuk barisan aritmatika untuk setiap bilangan asli n. Apabila $a_7 = 80$ dan $a_{13} = 245$, nilai dari a_5 adalah ...

A. 29 B. 40 C. 45 D. 50 E. 58

2 Isian

1. Diketahui x, y, r dan s adalah bilangan real yang memenuhi persamaan $x^7y^5 = r$ dan $x^4y^3 = s$. Apabila $x = r^a s^b$ dan $y = r^c s^d$, maka nilai dari $a + b + c + d$ adalah ...

2. Andi dan Budi akan mengecat pagar bersama. Jika Andi mengecat sendiri, maka pagar tersebut dapat selesai dicat dalam waktu 1 hari sedangkan jika Budi mengecat sendiri, maka pagar tersebut dapat selesai dicat dalam waktu 12 jam. Pada pagi hari pukul 08:00, Andi dan Budi mulai mengecat pagar bersama. Pada jam 12:00, Andi berhenti mengecat dan membiarkan Budi mengecat pagar sendirian hingga selesai. Pada pukul berapakah Budi selesai mengecat pagar? (Jawaban ditulis dalam satuan 24 jam. Sebagai contoh, "20:18" atau "15:30").

3. Pada sisi BC dari segitiga sama sisi ABC, dibentuk persegi $BCDE$ sedemikian hingga titik A terletak di dalam persegi $BCDE$. Jika AB memotong DE pada titik F dan BC adalah 30, maka nilai dari EF^2 adalah ...

4. Untuk setiap bilangan real x, $\lfloor x \rfloor$ definisikan sebagai bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan x. Nilai dari

$$\left\lfloor \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{100!} \right\rfloor$$

adalah ...

5. Bu Ani memiliki 20 permen yang identik dan akan dibagikan kepada 4 orang muridnya. Salah seorang murid bu Ani, bernama Adit, sangat menyukai permen, sehingga bu Ani berniat untuk memberikan paling tidak 2 permen kepada Adit, sedangkan ketiga teman Adit mendapatkan paling tidak 1 permen. Berapa banyak cara bu Ani membagikan permen tersebut kepada keempat muridnya?

6. Misalkan $f(x) = 493 - x^2$. Jika terdapat dua bilangan asli a dan b dengan $a > b$ sehingga $f(a - 3b) = f(a + 3b) - f(ab)$, maka nilai dari $2a + b$ adalah ...

7. Diberikan bilangan-bilangan prima berbeda p, q, r dan suatu bilangan asli A yang memenuhi persaman berikut

$$2pqr + 50pq = 7pqr + 55pr = 8pqr + 12qr = A.$$

Nilai A adalah ...

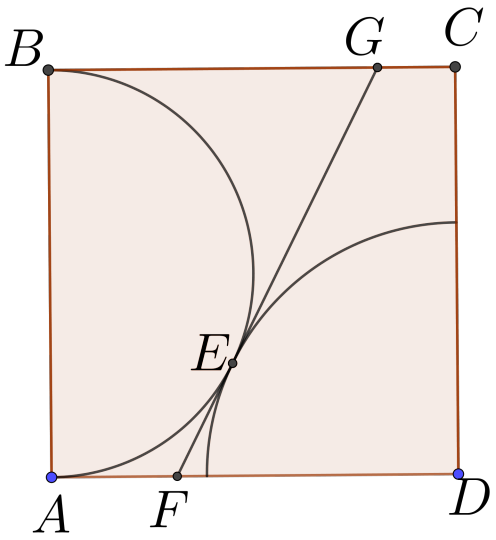
8. Diketahui bahwa terdapat 2 bilangan prima p sehingga $5p$ dapat dinyatakan dalam bentuk $\left\lfloor \frac{n^2}{5} \right\rfloor$ untuk suatu bilangan bulat positif n. Jumlah dari kedua bilangan prima tersebut adalah ...

9. Akar-akar dari persamaan kuadrat $ax^2 - 9x + 2$ adalah x_1 dan x_2. Diketahui pula bahwa nilai dari perkalian jumlahan tak hingga

$$(1 + x_1 + x_1^2 + x_1^3 + \ldots)(1 + x_2 + x_2^2 + x_2^3 + \ldots)$$

adalah $\frac{10}{3}$. Nilai a adalah ...

10. Pada gambar di bawah, $ABCD$ merupakan persegi dengan panjang sisi 10. Setengah lingkaran berdiameter AB dan seperempat lingkaran yang berpusat di D saling bersinggung di E. Jika garis FG adalah garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran tersebut pada titik E, maka nilai dari FG^2 adalah ...


B
G
C
E
A
F
D