



LOMBA MATEMATIKA NASIONAL KE-30 UGM

"MENGEMBANGKAN GENERASI MATEMATIKA BERINTEGRITAS
SEBAGAI HARAPAN BANGSA"

BABAK PENYISIHAN

TINGKAT SMP

MINGGU, 27 OKTOBER 2019

HIMPUNAN MAHASISWA MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA
SEKIP UTARA UNIT III BULAKSUMUR PO. BOX BLS 21 YOGYAKARTA 55281
Imnas@ugm.ac.id – <http://Imnas.fmipa.ugm.ac.id>

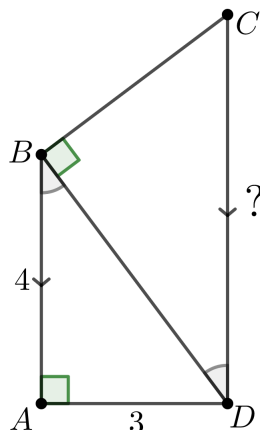
PERATURAN BABAK PENYISIHAN LOMBA MATEMATIKA NASIONAL UGM KE-30

1. Peserta wajib mengenakan seragam sekolah dan bersepatu.
2. Peserta wajib membawa Kartu Pelajar atau Surat Keterangan Siswa Sekolah yang dilampiri foto.
3. Peserta wajib membawa Kartu Tanda Peserta LMNas 30 yang diunduh dari akun masing-masing peserta pada web LMNas 30 (<http://lmnas.fmipa.ugm.ac.id>).
4. Peserta tidak boleh diwakilkan atau digantikan.
5. Peserta yang datang terlambat masuk dapat mengikuti tes setelah mendapatkan izin dari panitia/pengawas dengan tidak ada tambahan waktu.
6. Peserta memeriksa kelengkapan halaman lembar soal dan mengerjakan tes sesuai dengan waktu yang telah ditentukan. Apabila lembar soal tidak lengkap atau terdapat kecacatan, peserta dapat melapor ke pengawas.
7. Bacalah petunjuk pengerjaan soal dan petunjuk pengisian lembar jawaban.
8. Peserta mengisi lembar jawaban dengan menggunakan **bolpoin hitam**. Dilarang menggunakan penghapus cair pada lembar jawaban.
9. Peserta menuliskan isian nama peserta, asal sekolah, NISN, dan nomor peserta pada lembar jawaban.
10. Peserta menandatangani daftar hadir yang telah disediakan.
11. Tes babak penyisihan LMNas 30 terdiri dari dua bagian. Bagian Pertama terdiri dari 25 pilihan ganda, jawaban **benar bernilai +4, salah bernilai -1, dan kosong bernilai 0**. Bagian Kedua terdiri dari 5 soal isian singkat, **jawaban benar bernilai +10, sedangkan salah atau kosong bernilai 0. Tulis jawaban akhir saja tanpa penjelasan pada lembar jawaban**.
12. 2 di antara 25 soal pilihan ganda merupakan soal emas. Nomor soal emas dirahasiakan oleh panitia. Soal emas akan digunakan sebagai pertimbangan ketika terdapat peserta dengan nilai yang sama pada batas kelolosan.
13. Waktu tes adalah 120 menit.
14. Apabila terdapat nilai yang sama pada batas kelolosan, maka yang diperhatikan pertama kali adalah banyak jawaban benar pada isian singkat, kemudian banyak soal emas yang dijawab dengan benar, kemudian banyak jawaban salah pada pilihan ganda. Jika nilai masih tetap sama, maka akan diloloskan ke babak 75 besar.
15. Peserta dilarang menggunakan buku catatan, kalkulator, atau alat bantu lainnya.
16. Peserta dilarang meminjam alat tulis, bekerja sama, memberikan jawaban, atau melihat jawaban peserta lain saat tes berlangsung.
17. Peserta dilarang berbicara atau melakukan hal-hal lain yang dapat mengganggu peserta lain.
18. Peserta tidak boleh meninggalkan ruangan sampai batas akhir waktu tes. Jika ada peserta yang hendak ke toilet pada saat tes harus seizin dan/atau diantar oleh pengawas.
19. Peserta yang melakukan pelanggaran lebih dari 2 (dua) kali, akan didiskualifikasi. Diskualifikasi diberitahukan secara langsung oleh pengawas ketika di ruangan.

20. Peserta dapat bertanya pada pengawas dengan mengangkat tangan jika ada hal-hal yang tidak jelas. Selama tidak ada ralat/anulir dari panitia, peserta tidak diperbolehkan menanyakan hal-hal yang berhubungan dengan soal pada pengawas.
21. Setelah tes selesai, tinggalkan lembar jawaban di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek, sedangkan naskah soal boleh dibawa pulang.
22. **Sertifikat peserta hanya diberikan kepada peserta yang datang dan mengikuti babak penyisihan LMNAS 30 sampai akhir kegiatan.**
23. Kunci jawaban dan pengumuman hasil penyisihan dapat dilihat di halaman **lmnas.fmipa.ugm.ac.id**.
24. Peserta dapat mengajukan sanggahan terhadap soal maupun kunci jawaban babak penyisihan yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai serta mengikuti format sanggahan yang telah tersedia di web. Pengajuan sanggahan dapat dikirimkan kepada panitia selambat-lambatnya 1 hari setelah akhir babak penyisihan melalui email : sanggahanlmnas@gmail.com.

1 Pilihan Ganda

- Jika diketahui $a + b = 7$ dan $ab = 23$, maka nilai dari $a^3 + b^3$ adalah
 a. -140 b. -217 c. -91 d. -102 e. -88
- Pada gambar di bawah, $\angle BAD$ dan $\angle CBD$ adalah sudut siku-siku dan AB sejajar CD . Jika $AB = 4$ dan $AD = 3$, maka panjang CD adalah ...



- a. 6 b. $\frac{25}{4}$ c. $\frac{13}{2}$ d. $\frac{27}{4}$ e. 7
- Bilangan asli terkecil yang memiliki 12 faktor positif adalah ...
 a. 36 b. 48 c. 72 d. 96 e. 108
 - Sebuah koin ditos sebanyak tiga kali. Peluang sisi gambar muncul setidaknya dua kali adalah ...
 a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{3}{8}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{5}{8}$ e. $\frac{3}{4}$
 - Bilangan asli a dan b memenuhi persamaan

$$2^a + 3b = 79.$$

Jumlah semua nilai a yang mungkin adalah ...

- a. 6 b. 12 c. 16 d. 20 e. Tidak ada a yang memenuhi
- Diberikan segitiga ABC dimana $AB = 22$, $BC = 28$ dan $AC = 30$. Jika M adalah titik tengah sisi BC , maka jarak titik M ke sisi AC adalah ...
 a. $2\sqrt{6}$ b. $3\sqrt{6}$ c. $4\sqrt{6}$ d. $5\sqrt{6}$ e. $6\sqrt{6}$
 - Misalkan $N = 31 \times 32 \times \dots \times 100$. Banyaknya angka nol berurutan yang terdapat pada akhir bilangan N adalah ...
 a. 14 b. 16 c. 17 d. 19 e. 20
 - Sebuah delegasi beranggotakan 6 orang akan duduk pada 8 kursi yang identik. Nefa dan Sheril merupakan anggota delegasi tersebut. Banyak cara mengatur tempat duduk mereka dengan syarat Nefa dan Sheril harus duduk bersebelahan adalah ...
 a. 120 b. 720 c. 1440 d. 5040 e. 10080
 - Diketahui kurva dari persamaan $y = ax^2 + bx + c$ memiliki puncak di $(2, -9)$. Jika perpotongan parabola tersebut dengan sumbu-X adalah $(\frac{1}{2}, 0)$ dan $(m, 0)$, maka nilai m adalah ...
 a. $\frac{3}{2}$ b. 2 c. $\frac{5}{2}$ d. 3 e. $\frac{7}{2}$.

10. Bilangan palindrom adalah bilangan yang jika dibaca dari depan maupun belakang menghasilkan angka yang sama, seperti 39893 dan 1005001. Bilangan *piramidis* adalah bilangan palindrom yang digit-digitnya semakin ke tengah semakin besar (tidak boleh sama). Sebagai contoh, 12421 dan 2332 merupakan bilangan piramidis sedangkan 31413 dan 11211 bukanlah bilangan piramidis.

Banyaknya bilangan piramidis 7 digit adalah ...

- a. 36 b. 96 c. 126 d. 210 e. 216

11. Misalkan

$$M = 11 + 101 + 1001 + \dots + \underbrace{100\dots001}_{2019}$$

dan

$$N = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{2019}$$

Jika A menyatakan jumlahan digit-digit $M + N$ sedangkan B menyatakan jumlahan digit-digit $M - N$, maka $A + B$ adalah ...

- a. 2021 b. 4021 c. 4057 d. 4173 e. 4221

12. Dalam sebuah turnamen tenis, setiap pemain bertanding tepat satu kali pada setiap babak. Pemain yang kalah gugur dan pemain yang menang melaju ke babak berikutnya. Jika terdapat sebanyak ganjil pemain pada suatu babak, maka satu pemain yang tidak mempunyai lawan langsung menuju ke babak selanjutnya tanpa bertanding (sistem *bye*). Turnamen terus berlanjut sampai didapatkan pemenang. Jika terdapat 2019 pemain, maka banyak pertandingan dalam turnamen tersebut adalah ...

- a. 2^{2018} b. $\binom{2019}{2}$ c. 2019 d. 2018 e. $\binom{2018}{2}$

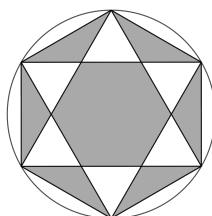
13. Diketahui

$$A = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{99}}{\frac{1}{1 \times 99} + \frac{1}{3 \times 97} + \frac{1}{5 \times 95} + \dots + \frac{1}{99 \times 1}}$$

Nilai $A = \dots$

- a. 25 b. 50 c. 55 d. 65 e. 75

14. Sebuah segienam beraturan dimasukkan dalam sebuah lingkaran seperti pada gambar berikut.



Diketahui jari-jari lingkaran pada gambar adalah R . Luas daerah yang diarsir adalah ...

- a. R^2 b. $R^2\sqrt{2}$ c. $R^2\sqrt{3}$ d. $2R^2$ e. $\frac{5}{2}R^2$

15. Diketahui bahwa a dan b adalah bilangan real serta terdapat bilangan real positif x dan y sedemikian hingga

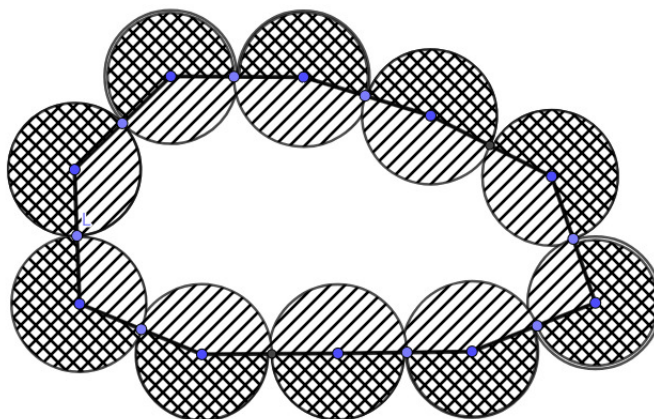
$$a = 1 + \frac{2x}{y}$$

$$b = 1 + \frac{2y}{x}$$

Jika $a^2 + b^2 = 29$, maka digit terakhir dari $a^{2019} + b^{2019}$ adalah ...

- a. 8 b. 6 c. 5 d. 4 e. 3

16. Terdapat 10 lingkaran dengan jari-jari 10 yang saling bersinggungan di luar seperti pada gambar berikut. Perbandingan luas daerah diarsir bagian dalam (garis sejajar) dan diarsir bagian luar (garis silang) adalah ...



- a. 2 : 3 b. 3 : 4 c. 4 : 3 d. π : 2 e. 3 : 2

17. Diberikan barisan p_n yang memenuhi $p_0 = \frac{1}{30}$ dan untuk bilangan asli n berlaku

$$p_n = \frac{p_{n-1}}{1 + np_{n-1}}$$

Nilai dari p_{30} adalah ...

- a. $\frac{1}{90}$ b. $\frac{1}{300}$ c. $\frac{1}{495}$ d. $\frac{1}{525}$ e. $\frac{1}{600}$

18. Banyaknya tripel bilangan bulat non-negatif (x, y, z) yang memenuhi

$$x + y + 2z < 10$$

adalah ...

- a. 100 b. 125 c. 136 d. 150 e. 200

19. Dari bilangan 1, 3, 5, 7, dan 9 dibuat bilangan n yang terdiri dari tiga digit berbeda. Misalkan $s(n)$ menyatakan jumlahan digit-digit n dan nilai terkecil yang mungkin dari

$$\frac{n}{s(n)}$$

dapat dinyatakan sebagai $\frac{p}{q}$ dengan p dan q merupakan bilangan asli yang relatif prima.

Tentukan nilai dari $p + q$.

- a. 196 b. 16 c. 170 d. 432 e. 214

20. Seekor semut berada di titik $(0, 0)$. Semut tersebut ingin bergerak ke arah sepotong kue yang terletak di $(3, 7)$. Apabila semut tersebut berada di (a, b) , maka semut tersebut dapat bergerak sejauh satu satuan ke kanan (ke $(a + 1, b)$), atau bergerak satu satuan ke atas (ke $(a, b + 1)$), atau meloncat ke diagonal (ke $(a + 1, b + 1)$). Banyak cara semut tersebut tiba di kue tersebut adalah ...

- a. 420 b. 252 c. 795 d. 595 e. 540

21. Diberikan kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 1 satuan. Titik I dan J terletak pada garis FB dan GC berturut-turut sedemikian hingga B adalah titik tengah segmen FI dan C adalah titik tengah segmen GJ . Jarak dari titik F ke bidang DIJ adalah ...

- a. 1 b. $\sqrt{2}$ c. $\sqrt{3}$ d. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ e. $\sqrt{6}$

22. Untuk setiap bilangan asli n , titik A_n merupakan titik yang terletak pada parabola $y = x^2$ sedemikian hingga A_n terletak pada kuadran pertama dan jarak titik A_n ke $(0, 0)$ sama dengan $\frac{1}{n}$. Misalkan a_n merupakan absis dari titik A_n untuk setiap n , maka bilangan asli terkecil m sedemikian hingga

$$a_m < \frac{1}{10}$$

adalah ...

- a. 9 b. 10 c. 11 d. 12 e. 13

23. Banyaknya tripel bilangan asli (x, y, z) yang memenuhi

$$KPK(x, y) = 72, KPK(x, z) = 900, \text{ dan } FPB(x, y) = 12$$

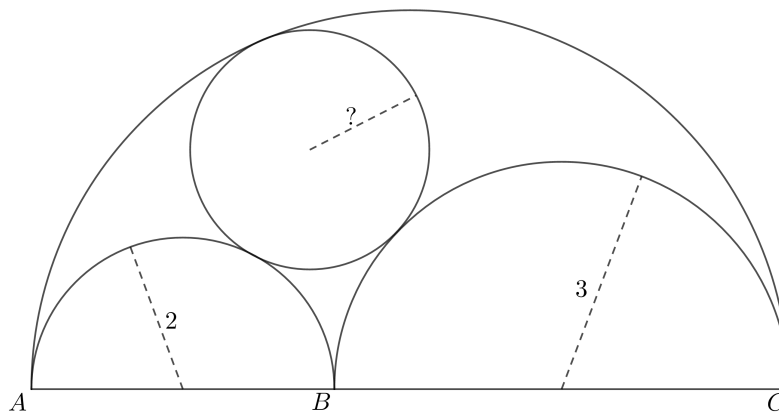
adalah ...

- a. 6 b. 9 c. 12 d. 15 e. 18

24. Fadlan memiliki 50 bola di dalam sebuah kotak. Terdapat 10 bola merah, 8 bola kuning, x bola biru, y bola ungu dan z bola pink. Diketahui bahwa banyak bola pink lebih banyak dibanding banyak bola biru dan banyak bola ungu. Diketahui pula bahwa banyak bola minimal yang perlu diambil untuk memastikan akan terambil 10 bola berwarna sama adalah 43 bola. Nilai x terbesar yang mungkin adalah ...

- a. 6 b. 7 c. 8 d. 12 e. 13

25. Terdapat lingkaran yang menyinggung ketiga setengah lingkaran seperti pada gambar di bawah. Panjang jari-jari lingkaran tersebut adalah ...



- a. $\frac{3}{4}$ b. 1 c. $\frac{10}{7}$ d. $\frac{30}{19}$ e. $\frac{40}{21}$

2 Isian

1. Nilai x yang memenuhi persamaan

$$\sqrt{x + \sqrt{4x + \sqrt{16x + \sqrt{\dots + \sqrt{4^{2019}x + 3}}}} - \sqrt{x} = 1$$

adalah ...

2. Jika 27 Oktober 2019 hari minggu, tahun $N > 2019$ terkecil sehingga 27 Oktober N juga merupakan hari minggu adalah...
3. Diberikan limas segitiga $ABCD$ dengan $DA = DB = DC = 8\sqrt{3}$ serta $AB = 15, BC = 21, CA = 24$. Volume limas $ABCD$ adalah ...
4. Misalkan a_n adalah barisan yang memenuhi $a_n = 2a_{n-1} + 1$ untuk bilangan asli $n \geq 1$ dan $a_0 = 5$. Sisa pembagian a_{2019} jika dibagi 30 adalah ...
5. Tentukan jumlahan semua bilangan prima x yang membuat

$$\left\lfloor \frac{x^2}{6} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$$

merupakan bilangan prima.