

LMNAS KE-30 UGM
“Mengembangkan Generasi
Matematika Berintegritas
Sebagai Harapan Bangsa”



Babak 75 besar

TINGKAT SMP

MINGGU, 10 NOVEMBER 2019

PERATURAN BABAK 75 BESAR LOMBA MATEMATIKA NASIONAL UGM KE-30

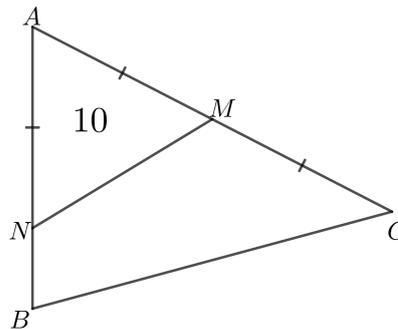
1. Peserta wajib mengenakan seragam sekolah dan bersepatu.
2. Peserta wajib membawa Kartu Pelajar atau Surat Keterangan Siswa Sekolah yang dilampiri foto.
3. Peserta wajib membawa Kartu Tanda Peserta yang telah diberikan oleh panitia.
4. Peserta tidak boleh diwakilkan atau digantikan.
5. Peserta yang datang terlambat masuk dapat mengikuti tes setelah mendapatkan izin dari panitia/pengawas dengan tidak ada tambahan waktu.
6. Peserta menerima satu set soal, lembar jawaban, dan kertas buram.
7. Peserta memeriksa kelengkapan halaman lembar soal dan mengerjakan tes sesuai dengan waktu yang telah ditentukan.
8. Bacalah petunjuk pengerjaan soal dan petunjuk pengisian lembar jawaban.
9. Peserta mengisi lembar jawaban dengan menggunakan **bolpoin hitam**. Dilarang menggunakan penghapus cair pada lembar jawaban.
10. Peserta menuliskan isian nama peserta, asal sekolah, dan nomor peserta pada lembar jawaban.
11. Peserta menandatangani daftar hadir yang telah disediakan.
12. Tes babak 75 besar LMNas 30 terdiri dari tiga bagian yaitu bagian I, II, dan III. Semua soal berbentuk isian singkat. Bagian I terdiri dari 8 soal dengan **jawaban benar bernilai +1**. Bagian II terdiri dari 8 soal dengan **jawaban benar bernilai +2**. Bagian III terdiri dari 4 soal dengan **jawaban benar bernilai +4**. Tidak ada pengurangan untuk jawaban yang salah maupun kosong pada tiap bagian.
13. Satu di antara dua puluh soal tes babak 75 besar merupakan soal emas. Nomor soal emas dirahasiakan oleh panitia. Soal emas akan digunakan sebagai salah satu pertimbangan ketika terdapat peserta dengan nilai yang sama pada batas kelolosan.
14. Apabila terdapat nilai yang sama pada batas kelolosan, maka yang diperhatikan pertama kali adalah banyak jawaban benar pada bagian III, kemudian banyak jawaban benar pada bagian II, kemudian banyak jawaban benar pada bagian I, kemudian banyak soal emas benar. Jika nilai masih tetap sama, maka akan diloloskan ke babak 30 besar.
15. Waktu tes adalah 90 menit.
16. Peserta dilarang menggunakan buku catatan, kalkulator, atau alat bantu lainnya.
17. Peserta dilarang saling meminjam alat tulis, bekerja sama, memberikan jawaban, atau melihat jawaban peserta lain saat tes berlangsung.
18. Peserta dilarang berbicara atau melakukan hal-hal lain yang dapat mengganggu peserta lain.
19. Peserta tidak boleh meninggalkan ruangan sampai batas akhir waktu tes. Jika ada peserta yang hendak ke toilet pada saat tes harus seizin dan/atau diantar oleh pengawas.
20. Jika peserta melakukan pelanggaran, maka pengawas akan memberi peringatan. Jika pelanggaran dilakukan lebih dari 2 (dua) kali, maka peserta akan didiskualifikasi.
21. Peserta dapat bertanya pada pengawas dengan mengangkat tangan jika ada hal-hal yang tidak jelas. Dilarang menyampaikan pertanyaan yang mengarah pada jawaban butir soal.

22. Setelah tes selesai, tinggalkan lembar jawaban di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek, sedangkan naskah soal boleh dibawa pulang.
23. **Sertifikat peserta hanya diberikan kepada peserta yang datang dan mengikuti babak 75 besar LMNas 30 sampai akhir kegiatan.**
24. **Keputusan dewan juri tidak dapat diganggu gugat.**

Bagian I

Setiap jawaban benar pada bagian ini bernilai 1 poin.

1. Banyak bilangan asli yang terletak di antara 400 dan 800 yang habis dibagi 3 adalah ...
2. Diberikan $\triangle ABC$ dengan $AB = 7$ dan $AC = 10$. Titik M adalah titik tengah AC serta N terletak pada sisi AB sedemikian hingga $AM = AN$. Apabila luas $\triangle ANM$ adalah 10, maka luas $\triangle ABC$ adalah ...

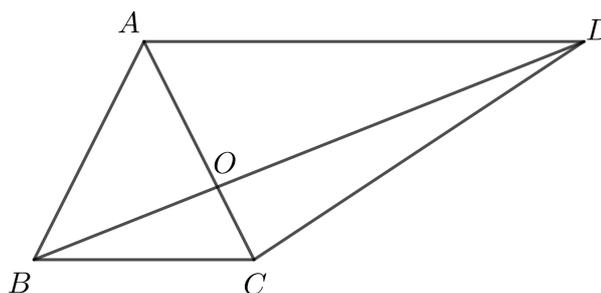


3. Diketahui a dan b berturut-turut merupakan suku pertama dan beda dari suatu barisan aritmatika yang suku ketiganya adalah 60. Nilai maksimal dari suku kedua barisan geometri yang suku pertamanya a dengan rasio b adalah ...
4. Sisa pembagian $1! + 2! + 3! + \dots + 30!$ ketika dibagi 30 adalah ...
5. Diketahui a dan b adalah konstanta yang memenuhi

$$\frac{1 - 2x}{(x - 1)(x + 2)} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x + 2}$$

Nilai dari $90 \times a \times b$ adalah ...

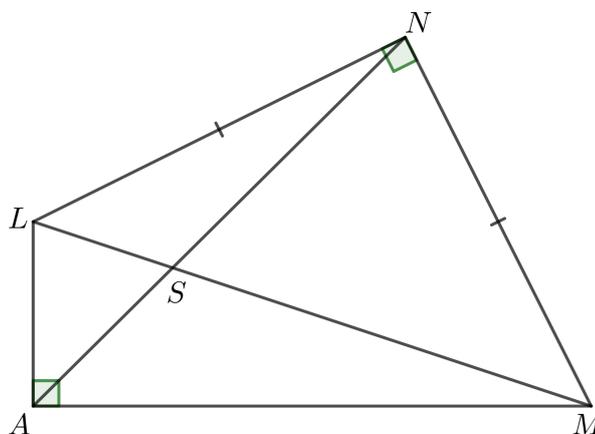
6. Jumlahan semua bilangan bulat n sedemikian hingga $\frac{n^3 - 2}{n - 2}$ merupakan bilangan bulat adalah ...
7. Banyak himpunan bagian lima anggota dari himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$ yang mediannya 5 adalah ...
8. Pada diagram di bawah, garis AD sejajar dengan garis BC , $AD = 2BC$ dan luas segiempat $ABCD$ adalah 306. Apabila AC memotong BD di O , maka luas segitiga AOB adalah ...



Bagian II

Setiap jawaban benar pada bagian ini bernilai 2 poin.

9. Jika $f(x) = 4x^2 - 7x + 6$ dan $g(y) = y^2 - 6y + 25$. Apabila x_0 dan y_0 adalah bilangan real sedemikian hingga $f(x_0)g(y_0) = 47$ maka nilai $8x_0 + y_0$ adalah ...
10. Banyak bilangan bulat 4 digit yang jumlah kuadrat digit-digitnya merupakan kelipatan 4 adalah ...
11. Diberikan segiempat konveks $LAMN$ dengan $\angle LAM = \angle LNM = 90^\circ$. Diketahui bahwa diagonal LM dan NA berpotongan di titik S dan $NM = NL$. Apabila $LS : SM = 1 : 3$ dan panjang LM adalah 40, maka luas segiempat $LNMA$ adalah ...



12. Bilangan n adalah bilangan asli terkecil yang memenuhi kedua sifat berikut :

- Bilangan $10n$ merupakan bilangan kuadrat sempurna
- Bilangan $12n$ merupakan bilangan kubik sempurna

Nilai n adalah ...

13. Banyak bilangan asli n yang membagi $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ namun n^2 tidak habis membagi $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ adalah ...
14. Misalkan akar-akar dari persamaan $x^3 - 2x^2 + 12x - 1 = 0$ adalah α, β, γ . Nilai dari

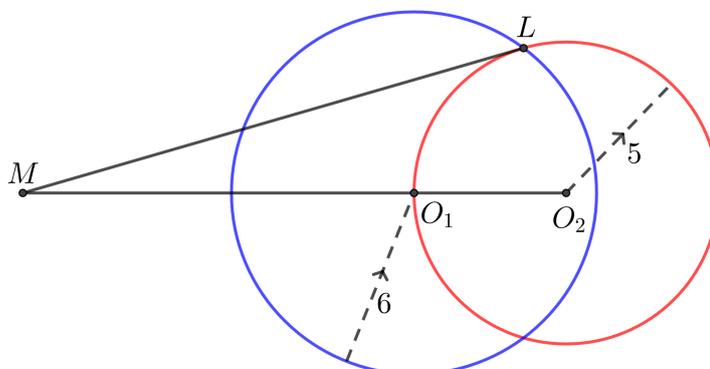
$$\frac{\alpha}{\alpha^2 - \alpha + 1} + \frac{\beta}{\beta^2 - \beta + 1} + \frac{\gamma}{\gamma^2 - \gamma + 1}$$

dapat dinyatakan sebagai $\frac{p}{q}$ dimana p dan q adalah bilangan asli yang relatif prima. Nilai $p + q$ adalah ...

15. Pada babak penyisihan, telah diperkenalkan bilangan piramidis, yaitu bilangan palindrom yang digit-digitnya semakin ke tengah semakin besar.

Definisikan bilangan *skewed piramidis* sebagai bilangan yang digit-digitnya semakin ke tengah semakin besar namun tidak harus palindrom. Sebagai contoh, 1237610 dan 13431 adalah bilangan skewed piramidis. Banyaknya bilangan skewed piramidis 7 digit adalah ...

16. Pada gambar dibawah, lingkaran yang berpusat di O_1 dan O_2 memiliki jari-jari 6 dan 5 berturut-turut. Salah satu perpotongan mereka adalah L . Apabila garis singgung lingkaran yang berjari-jari 5 memotong garis O_1O_2 pada titik M dan panjang LM dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{m}{n}$ dimana m dan n adalah bilangan asli relatif prima, maka nilai $m + n$ adalah ...



Bagian III

Setiap jawaban benar pada bagian ini bernilai 4 poin.

17. Himpunan bagian S dari $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ dikatakan *sentris* apabila jumlah elemen terbesar dan elemen terkecilnya adalah 15. Jika N menyatakan banyaknya himpunan bagian yang sentris, maka 2 digit terakhir dari N adalah ...
18. Untuk setiap bilangan real x , didefinisikan $\lfloor x \rfloor$ sebagai bilangan bulat terbesar yang tidak lebih dari x . Sebagai contoh, $\lfloor 1,2 \rfloor = 1$ dan $\lfloor 3,567 \rfloor = 3$. Nilai dari

$$\left\lfloor \frac{1}{\lfloor \sqrt[3]{1} \rfloor} + \frac{1}{\lfloor \sqrt[3]{2} \rfloor} + \frac{1}{\lfloor \sqrt[3]{3} \rfloor} + \dots + \frac{1}{\lfloor \sqrt[3]{1000} \rfloor} \right\rfloor$$

adalah ...

19. Titik D terletak pada sisi BC dari segitiga ABC sedemikian hingga AD merupakan garis bagi $\angle BAC$. Proyeksi D ke sisi AB dan AC adalah E dan F berturut-turut dan titik I merupakan titik pusat lingkaran dalam segitiga ABC . Diketahui bahwa luas $AFDE$ adalah 100 dan luas segitiga ABC adalah 180. Apabila $AI : AD = m : n$ dimana m dan n adalah bilangan asli yang relatif prima, maka $m + n$ adalah ...
20. Jumlah semua bilangan asli n sedemikian hingga $(1+n+n^2)^2$ habis membagi $1+n+n^2+\dots+n^{2195}$ adalah ...