



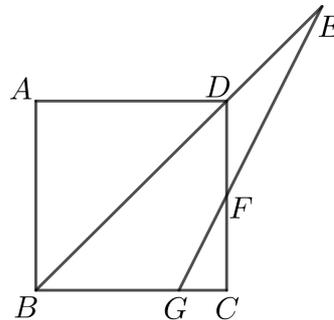
Babak 75 besar

TINGKAT SMA
MINGGU, 11 NOVEMBER 2018

PERATURAN BABAK 75 BESAR LOMBA MATEMATIKA UGM KE-29

1. Peserta wajib mengenakan seragam sekolah dan bersepatu.
2. Peserta wajib membawa Kartu Pelajar atau Surat Keterangan Siswa Sekolah yang dilampiri foto.
3. Peserta wajib membawa Kartu Tanda Peserta yang telah diberikan oleh panitia.
4. Peserta tidak boleh diwakilkan atau digantikan.
5. Peserta yang datang terlambat masuk dapat mengikuti tes setelah mendapatkan izin dari panitia/pengawas dengan tidak ada tambahan waktu.
6. Peserta menerima satu set soal, lembar jawaban, dan kertas buram.
7. Peserta memeriksa kelengkapan halaman lembar soal dan mengerjakan tes sesuai dengan waktu yang telah ditentukan.
8. Bacalah petunjuk pengerjaan soal dan petunjuk pengisian lembar jawaban.
9. Peserta mengisi lembar jawaban dengan menggunakan **bolpoin hitam**. Dilarang menggunakan penghapus cair pada lembar jawaban.
10. Peserta menuliskan isian nama peserta, asal sekolah, dan nomor peserta pada lembar jawaban.
11. . Peserta menandatangani daftar hadir yang telah disediakan.
12. Tes babak 75 besar LMNas 29 terdiri dari 20 soal isian singkat. **Jawaban benar bernilai +1** dan tidak ada pengurangan nilai pada jawaban salah ataupun kosong.
13. Waktu tes adalah 90 menit. Selama waktu itu, Anda boleh menyelesaikan soal mana pun sesuka Anda.
14. Peserta dilarang menggunakan buku catatan, kalkulator, atau alat bantu lainnya.
15. Peserta dilarang saling meminjam alat tulis, bekerja sama, memberikan jawaban, atau melihat jawaban peserta lain saat tes berlangsung.
16. Peserta dilarang berbicara atau melakukan hal-hal lain yang dapat mengganggu peserta lain.
17. Peserta tidak boleh meninggalkan ruangan sampai batas akhir waktu tes. Jika ada peserta yang hendak ke toilet pada saat tes harus seizin dan/atau diantar oleh pengawas.
18. Jika peserta melakukan pelanggaran, maka pengawas akan memberi peringatan. Jika pelanggaran dilakukan lebih dari 2 (dua) kali, maka peserta akan didiskualifikasi.
19. Peserta dapat bertanya pada pengawas dengan mengangkat tangan jika ada hal-hal yang tidak jelas. Dilarang menyampaikan pertanyaan yang mengarah pada jawaban butir soal.
20. Setelah tes selesai, tinggalkan lembar jawaban di meja/kursi tempat Anda mengerjakan soal dalam keadaan bersih dan tidak terlipat atau robek, sedangkan naskah soal boleh dibawa pulang.
21. **Sertifikat peserta hanya diberikan kepada peserta yang datang dan mengikuti babak 75 besar LMNas 29 sampai akhir kegiatan.**
22. **Keputusan dewan juri tidak dapat diganggu gugat.**

1. Diberikan persegi $ABCD$ dengan panjang sisi 40. Titik E terletak pada garis BD sedemikian hingga D terletak di antara E dan B dan $BD = 2DE$. Titik F adalah titik tengah DC , serta G adalah perpotongan EF dan BC . Luas segiempat $BDFG$ adalah ...



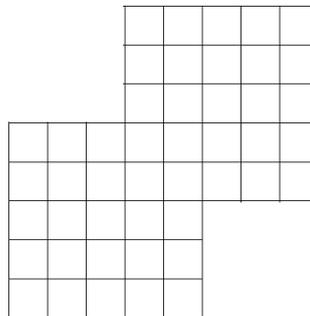
2. Bilangan real x dan y memenuhi sistem persamaan

$$\frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-3y} = -\frac{5}{14}$$

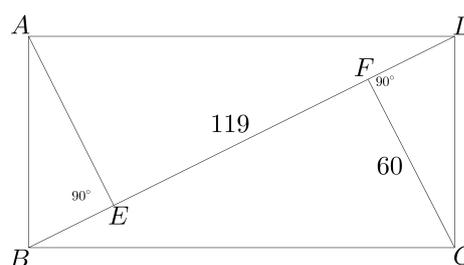
$$\frac{1}{2x-3y} + \frac{1}{x+y} = \frac{11}{28}$$

Nilai dari $x^2 + y^2$ adalah ...

3. Diketahui bahwa bilangan 6 digit $A1B2C6$ habis dibagi 36. Nilai terbesar yang mungkin untuk $A + B + C$ adalah ...
4. Banyak persegi pada gambar di bawah adalah ...



5. Diberikan persegi panjang $ABCD$. Titik E dan F adalah proyeksi dari A dan C berturut-turut pada diagonal BD . Apabila $EF = 119$ dan $CF = 60$, maka panjang AB adalah ...



6. Dalam lemari Alzim, terdapat 3 baju berwarna biru dan 2 baju berwarna merah. Karena Alzim terburu-buru, ia pun mengambil secara acak dua baju dari lemarnya dengan sangat cepat karena ia tidak ingin terlambat lagi. Peluang kedua baju yang diambil berbeda warna adalah $\frac{m}{n}$ dimana m dan n adalah bilangan asli relatif prima. Nilai $m + n$ adalah ...

7. Hasil kali dari semua pembagi positif dari bilangan 72 dapat dinyatakan dalam bentuk 72^b . Nilai b adalah ...

8. Nilai dari

$$\sqrt{6 + \sqrt{96 + \sqrt{6 + \sqrt{96 + \dots}}}}$$

adalah ...

9. Nilai dari

$$\frac{1}{3} + 2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 3 \left(\frac{1}{3}\right)^5 + 4 \left(\frac{1}{3}\right)^7 + \dots$$

dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{m}{n}$ dimana m dan n adalah bilangan asli yang tidak memiliki faktor persekutuan selain 1. Nilai $m + n$ adalah

10. Barisan a_n memenuhi $a_1 = 2018, a_2 = 2019$ dan untuk setiap bilangan asli $n > 2$, a_n didefinisikan sebagai sisa pembagian dari $39a_{n-1} - 308a_{n-2}$ jika dibagi 11. Nilai dari $\frac{a_{28}a_{10}}{a_{2018}}$ adalah ...

11. Diberikan $A = \{0, 1, 2, \dots, 28\}$ dan $B = \{0, 1, 2, \dots, 2018\}$. Jika $f : A \rightarrow B$ adalah fungsi yang memenuhi

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

untuk setiap $x, y, x + y \in A$, maka banyak fungsi f yang memenuhi adalah ...

12. Diberikan segitiga ABC dengan $\angle ABC + \frac{1}{3}\angle BCA = 60^\circ$. Diketahui panjang sisi $AB = 6$ dan $AC = 4$. Panjang sisi BC adalah ...

13. Diberikan barisan $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{2018}$ dengan $a_0 = 2018, a_1 = -2017$ dan

$$a_k = 1 - a_{k-1}(1 - a_{k-1})$$

untuk setiap $k = 2, 3, \dots, n$. Nilai dari

$$a_0 a_1 a_2 \cdots a_{2018} \left(\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2018}} \right)$$

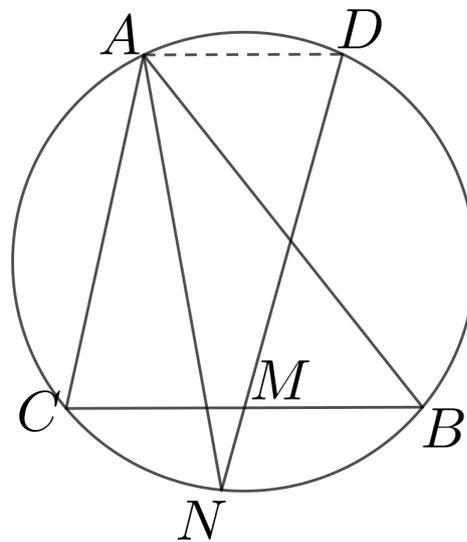
adalah ...

14. Kuadrupel bilangan asli (a, b, c, d) memenuhi $0 < a < b \leq c < d$ dan

$$\begin{aligned} a + d &= b + c \\ c(2a + d) - bd &= 116 \end{aligned}$$

Jumlah semua nilai d yang mungkin adalah ...

15. Alzim dan Era masing-masing memilih bilangan bulat positif dan melaporkannya ke Mufti. Mufti menuliskan jumlahan kedua bilangan tersebut pada sebuah kartu dan perkaliannya pada kartu yang lain. Mufti menyembunyikan salah satu kartu dan memperlihatkan kartu lainnya yang bertuliskan angka 2020 kepada Alzim dan Era. Alzim menyatakan dia tidak tahu bilangan yang dipilih Era. Lalu, Era mengatakan dia juga tidak tahu bilangan yang dipilih Alzim. Bilangan yang dipilih Era adalah ...
16. Diberikan segitiga lancip ABC dengan $AB = 13, AC = 11$ dan $BC = 10$. Titik M adalah titik tengah sisi BC dan titik D terletak pada lingkaran luar ABC sedemikian hingga AD sejajar BC . Garis DM memotong lingkaran luar ABC pada titik N yang berbeda dengan D . Panjang AN dapat dituliskan dalam bentuk $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ dimana a, b, c bilangan asli dan b tidak habis dibagi kuadrat bilangan asli manapun selain 1 serta a dan c relatif prima. Nilai $a + b + c$ adalah ...



17. Bilangan real x, y dan z memenuhi persamaan

$$\sqrt{(x-y+z)(x-y-z)+3} - \sqrt{(x+3)(x-1)+2z^2} - \sqrt{2(-x^2+y^2+z^2+yz-2)}$$

$$=$$

$$\sqrt{2(x^2+y^2-xy-2)} - \sqrt{-3(x^2-1)+(y+z)^2} - \sqrt{2x-y^2+z^2+4}$$

Nilai dari $x^2 + y^2 + z^2$ adalah ...

18. Diketahui x_0 adalah bilangan real yang memenuhi $0 \leq x_0 < 1$. Untuk setiap bilangan asli n , berlaku

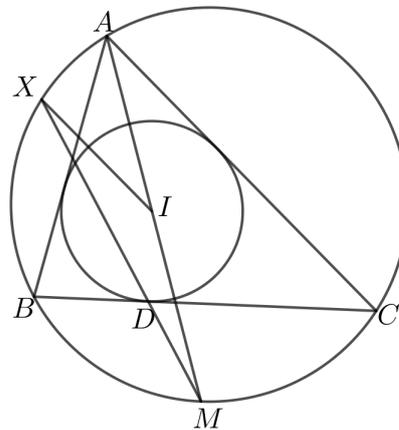
$$x_{n+1} = \begin{cases} 3x_n & \text{jika } 3x_n < 1 \\ 3x_n - 1 & \text{jika } 1 \leq 3x_n < 2 \\ 3x_n - 2 & \text{jika } 2 \leq 3x_n < 3 \end{cases}$$

Jumlah dari semua nilai x_0 sedemikian hingga $x_0 = x_4$ dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{m}{n}$ dimana m dan n adalah bilangan asli dan $FPB(m, n) = 1$. Nilai $m + n$ adalah ...

19. Pada suatu keranjang, terdapat 12 bola dan diantaranya terdapat 4 bola putih. Tiga sahabat Alzim, Era dan Mufti secara bergantian mengambil satu bola dari keranjang tersebut secara terus-menerus. Alzim mengambil bola pertama, kemudian Era, kemudian Mufti tanpa pengembalian. Apabila tidak ada bola putih yang terambil, maka ketiga orang tersebut mengembalikan bola yang sudah terambil ke keranjang lalu mengulangi permainan. Seorang pemain disebut *ganteng* jika ia pemain pertama yang mengambil bola putih. Jika peluang Era *ganteng* dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{m}{n}$, dimana m dan n bilangan asli relatif prima, maka $m + n$ sama dengan ...

(Hint : Era adalah nama wanita)

20. Diberikan segitiga ABC dengan $AB = 7$, $BC = 8$ dan $CA = 9$. Titik I adalah pusat lingkaran dalam segitiga ABC . Titik D adalah titik singgung lingkaran dalam segitiga ABC dengan sisi BC sedangkan titik M adalah titik potong garis AI dengan lingkaran luar ABC yang berbeda dengan A . Apabila MD memotong lingkaran luar ABC lagi pada titik X , dan panjang XI dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{\sqrt{a}}{b}$ dimana a dan b adalah bilangan asli serta a tidak habis dibagi kuadrat bilangan asli apapun selain 1, maka $a + b$ adalah ...



Nama Peserta :
No. Peserta :

Babak : 75 Besar SMA
Waktu : 90 menit

Kotak Jawaban

- | | |
|-----|-----|
| 1. | 11. |
| 2. | 12. |
| 3. | 13. |
| 4. | 14. |
| 5. | 15. |
| 6. | 16. |
| 7. | 17. |
| 8. | 18. |
| 9. | 19. |
| 10. | 20. |