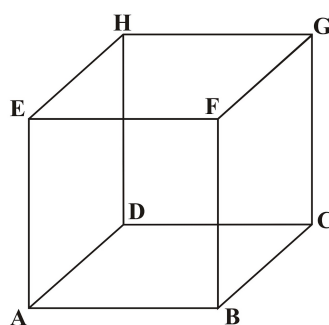


Soal Babak Penyisihan LMNas 35 UGM Tingkat SMP

Pilihan Ganda

- Diketahui $\frac{3415}{2024}$ dapat dinyatakan dalam bentuk $a + \frac{1}{b + \frac{c}{d}}$ untuk suatu bilangan asli $a, b, c,$ dan d di mana c dan d relatif prima. Nilai dari $a + b + c + d$ adalah ...
a. 2024 b. 2025 c. 2026 d. 2027 e. 2028
- Digit terakhir dari 2024^{3516} adalah ...
a. 0 b. 2 c. 4 d. 6 e. 8
- Diketahui Rasyid memiliki 2 dadu enam sisi seimbang yang hanya memiliki sisi berwarna hitam atau putih. Diketahui pula dadu pertama memiliki 5 sisi berwarna hitam. Saat Rasyid melemparkan kedua dadunya secara bersamaan, peluang sisi yang muncul keduanya berwarna sama adalah $\frac{1}{2}$. Jumlah sisi berwarna putih pada dadu kedua adalah ...
a. 2 b. 3 c. 4 d. 5 e. 6
- Diberikan kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk $16\sqrt{3}$ cm sebagaimana pada gambar di bawah.



Panjang dari segmen AG adalah ...

- a. 32 b. $16\sqrt{6}$ c. $16\sqrt{12}$ d. 48 e. $16\sqrt{3}$
- Terdapat 9 kandang sebaris yang berisi burung-burung Kamna. Diketahui barisan banyaknya burung pada tiap kandang membentuk barisan aritmatika, dan pada kandang paling tengah terdapat 35 burung. Jumlah total semua burung Kamna adalah ...
a. 265 b. 280 c. 295 d. 315 e. tidak dapat ditentukan
 - Sebuah barisan dibuat dengan aturan berikut:
 - Angka 1 termasuk ke dalam barisan tersebut.

- Jika suatu bilangan termasuk ke dalam barisan, maka 5 kali bilangan tersebut juga termasuk ke dalam barisan.
- Jika suatu bilangan termasuk ke dalam barisan, maka bilangan tersebut ditambah 100 juga termasuk ke dalam barisan.
- Tidak ada bilangan lain selain yang diperoleh dengan aturan diatas.

Apabila diurutkan dari bilangan terkecil ke bilangan terbesar, bilangan ke-2501 dalam barisan tersebut adalah...

- a. 82501 b. 82505 c. 82525 d. 83301 e. 83305

7. Diberikan himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Banyak cara memilih empat angka pada himpunan A dengan syarat tidak ada dua angka yang berurutan dan jumlah keempatnya genap adalah ...

Catatan: a dan b anggota A dikatakan berurutan jika memenuhi $|a - b| = 1$

- a. 5 b. 8 c. 10 d. 15 e. 19

8. Diberikan jajargenjang $ABCD$ dengan $AB = 5, AC = 8,$ dan $BD = 10$. Diketahui panjang segmen BC dapat dinyatakan dalam bentuk $a\sqrt{b}$ dengan a dan b bilangan asli dan b bebas kuadrat. Nilai dari $a + b$ adalah...

- a. 58 b. 11 c. 57 d. 115 e. 114

9. Diberikan kurva $E : y^2 = x^3 + 17$. Untuk dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) dengan $x_1 \neq x_2$ pada kurva E dapat dikenakan operasi $(x_1, y_1) \star (x_2, y_2)$ dengan konstruksi berikut:

- (a) Bentuk garis l yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ;
 (b) Garis l (selalu) berpotongan dengan kurva E pada satu titik yang berbeda dari dua titik pada (a), yaitu titik (x'_3, y'_3) ;
 (c) Cerminkan titik (x'_3, y'_3) terhadap sumbu x (garis $y = 0$) untuk memperoleh $(x_3, y_3) := (x_1, y_1) \star (x_2, y_2)$. Titik (x_3, y_3) tetap berada pada kurva E .

Hasil dari $(-2, 3) \star (-1, 4)$ adalah ...

- a. $(4, -9)$ b. $(4, 9)$ c. $(2, -3)$ d. $(2, 3)$ e. $(-4, 9)$

10. Suatu bilangan dua digit dikatakan *brain rot* apabila kuadrat bilangan tersebut dikurangi dengan kuadrat bilangan yang diperoleh dengan membalikkan digit-digitnya adalah 2376. Jumlahan semua bilangan brain rot adalah ...

Catatan : $\overline{0a}$ sama dengan bilangan satu digit \bar{a}

- a. 128 b. 120 c. 122 d. 126 e. 124

11. Banyaknya bilangan palindrom dari 0 sampai 2000 yang habis dibagi 3 tetapi tidak habis dibagi 9 adalah ...

- a. 24 b. 25 c. 26 d. 27 e. 28

12. Diketahui sebuah segitiga lancip dengan panjang ketiga sisinya masing-masing 35, 16, dan X . Jika X merupakan bilangan bulat, maka jumlah dari nilai X minimum dan nilai X maksimum yang mungkin adalah...

- a. 51 b. 67 c. 70 d. 86 e. 102

13. Diberikan fungsi linear f dan g yang memenuhi persamaan berikut,

$$g(2y + f(3x)) = 11x + 16y + 7$$

untuk setiap bilangan real x dan y . Diketahui $f(24) = 12$. Nilai dari $|g(g(g(0)))|$ adalah ...

- a. 71 b. 73 c. 75 d. 80 e. 81

14. Diberikan a, b, c bilangan asli yang memenuhi $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < 1$. Nilai maksimum dari $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ dapat ditulis sebagai $\frac{p}{q}$ dengan p dan q relatif prima. Nilai dari $p + q$ adalah ...
- a. 73 b. 57 c. 83 d. 47 e. 48

15. Banyaknya cara memilih string terurut "LM35" dari string berikut

"LOMBALOMBALOMBA...(16 kali string "LOMBA")353535...(16 kali string "35")"

adalah ...

Catatan: String terurut adalah string baru yang karakternya adalah sebagian dari karakter string awal dengan tetap memperhatikan urutan karakternya.

Sebagai contoh, string "M₁AT₁EM₂AT₂IKA" mempunyai string terurut "MTK" sebanyak 3, yaitu "M₁T₁K", "M₁T₂K", "M₂T₂K". Selanjutnya "M₂T₁K" bukan string terurut dari string awal karena terjadi perubahan urutan.

- a. 18496 b. 35164 c. 44444 d. 65536 e. 73984
16. Misalkan Γ adalah lingkaran luar dari suatu segitiga lancip $\triangle ABC$. Garis l_A, l_B, l_C adalah garis tinggi dari $\triangle ABC$ yang melewati titik A, B, C berturut-turut. Diketahui bahwa l_A, l_B, l_C memotong Γ lagi di D_1, E_1, F_1 berturut-turut. Lebih lanjut, l_A, l_B, l_C memotong BC, CA, AB di D, E, F berturut-turut. Diketahui juga luas segitiga $\triangle DEF$ adalah 2024. Luas segitiga $\triangle D_1E_1F_1$ adalah ...
- a. 2024 b. 8096 c. 10120 d. 6072 e. 4048

17. Banyaknya triplet terurut bilangan asli (x, y, z) yang memenuhi

$$x^3 + y + z = y^3 + z + x = z^3 + x + y < 2024$$

adalah ...

- a. 2024 b. 35 c. 13 d. 12 e. 16
18. Diberikan $a = 1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times \dots \times 15^{15} \times 16^{16}$. Sisa dari pembagian a oleh 34 adalah ...
- a. 14 b. 16 c. 18 d. 28 e. 30
19. Diberikan himpunan L subset dari himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 2024\}$ sedemikian sehingga tidak ada a dan b di L yang memenuhi $a = 2b$. Maksimal banyaknya anggota L adalah ...
- a. 1349 b. 1012 c. 1518 d. 1265 e. 1391
20. Diberikan segitiga ABC dengan $\angle BCA < 90^\circ$, dan $AC = 60$. Titik P terletak berseberangan dengan A terhadap garis BC sehingga $BP = CP$ dan $\angle BPC = 90^\circ$. Dengan cara yang sama, titik Q terletak berseberangan dengan B terhadap garis AC sehingga $AQ = CQ$ dan $\angle AQC = 90^\circ$. Titik R terletak pada bidang sehingga $CPRQ$ merupakan jajar genjang dan $AR = 35$. Nilai dari BR adalah ...
- a. 30 b. 60 c. 35 d. 25 e. $30\sqrt{2}$
21. Bilangan real p memiliki sifat *rizz* apabila persamaan $x^2 - 2x[x] + x - p = 0$ memiliki dua akar real nonnegatif yang berbeda. Diketahui p memenuhi sifat *rizz* jika dan hanya jika p berada pada interval $a \leq p < b$. Nilai dari $a + 5b$ adalah ...
- Catatan:** $[x]$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x .
- a. 2 b. 5 c. 15 d. 1 e. 10

22. Diberikan pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi persamaan berikut,

$$x^3 - 7xy + y = 3$$

Nilai maksimum dari $x + y$ adalah ...

- a. 3237 b. 3238 c. 3415 d. 3516 e. 3517

23. Di SMU Suzuran, terdapat 15 kelas yang masing-masing dipimpin oleh seorang ketua dan seorang wakil ketua. Untuk menghadapi aliansi sekolah-sekolah di kota Toarushi, dibentuk fraksi elit dengan memilih seorang pemimpin kelas secara acak dari setiap kelas satu persatu. Diketahui bahwa peluang tidak ada 2 kelas berurutan yang ketua kelasnya terpilih adalah $\frac{p}{q}$ untuk suatu bilangan asli p dan q yang relatif prima. Digit terakhir dari $p + q$ adalah ...

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 5 e. 8

24. Diberikan segitiga $\triangle ABC$ dengan panjang $AB = 14$, $BC = 16$, dan $CA = 18$. Misalkan $PQRS$ adalah persegi panjang yang mana keempat titik sudutnya terletak di sisi-sisi $\triangle ABC$. Titik Q dan R terletak di sisi BC . Titik P dan S berturut-turut adalah titik tengah dari sisi AB dan AC . Diketahui titik X merupakan perpotongan PR dan QS . Panjang AX adalah ...

- a. $\sqrt{83}$ b. $\frac{1}{2}\sqrt{82}$ c. $\sqrt{422}$ d. $\frac{1}{2}\sqrt{421}$ e. $2\sqrt{109}$

25. Diketahui

$$\sum_{k=0}^{12} \binom{12}{k} \frac{(-1)^k}{2k+1} = \frac{p}{q}$$

untuk suatu bilangan asli p dan q yang relatif prima. Tiga digit terakhir dari $p + q$ adalah ...

- a. 225 b. 280 c. 279 d. 256 e. 289

Isian Singkat

- Adnan mempunyai banyak koin dan sebuah papan catur pada petak berukuran 8×8 . Pertama, Adnan mengisi setengah papan dengan 1 koin di setiap petak, kemudian mengisi setengah dari tempat yang masih kosong dengan 2 koin di setiap petak, lalu setengah lagi dari tempat yang masih kosong dengan 3 koin di setiap petak dan seterusnya hingga papan catur tersisa 1 petak kosong. Jumlah koin yang ada di papan adalah ...
- Diketahui K adalah bilangan bulat terbesar sehingga 35^K habis membagi $(2024!)^{2024!}$. Banyak digit 0 berurutan di akhir K adalah ...
- Maslando mempunyai sebuah bilangan 2 digit, dimana digit pertama adalah A dan digit kedua adalah B . Maslando memberi tahu bilangan A kepada Buma dan bilangan B kepada Kamna. Karena penasaran, Buma dan Kamna saling menggali info. Berikut percakapan mereka:

Buma: “Aku yakin bilangan yang Maslando punya bukan bilangan kubik, apakah kau merasa begitu?”

Kamna: “Dari awal pun aku juga tahu bahwa bilangan tersebut bukan bilangan kubik. Selain itu aku juga tahu bahwa bilangan tersebut tidak bisa dibagi 2”

Buma: “Walaupun bukan bilangan kubik, mungkin saja bilangan itu adalah bilangan

kuadrat!”

Kamna: “Itu tidak mungkin terjadi!”

Buma: “Sekarang aku tahu bilangan yang dimiliki Maslando. Bilangan tersebut akan bersisa 2 jika dibagi 3”

Kamna: “Ah... sekarang aku juga tahu.”

Dari percakapan diatas, jika Buma dan Kamna tidak berbohong dan berpikir secara logis, maka bilangan yang dimiliki Maslando adalah. . .

4. Diberikan a, b, c adalah bilangan real yang memenuhi persamaan

$$3a^2 + 2b^2 + c^2 + 4ab + 2ac + 2bc = 2(6a + 5b + 3c - 7).$$

Nilai dari $a^3 + 2a^2b + a^2c + ab^2 + abc + a + b + c$ adalah. . .

5. Diberikan segitiga ABC dengan $AB = 6$, $BC = 4\sqrt{2}$, dan $CA = 2\sqrt{5}$. Garis l menyinggung lingkaran luar segitiga ABC pada titik B . Titik D berada pada garis l dengan sifat $AD \perp BD$ dan E berada pada perpanjangan garis CB dengan sifat $DE \perp CB$. Titik F berada pada perpanjangan garis DE dengan $\frac{DE}{EF} = \frac{1}{2}$. Titik G yang merupakan perpotongan garis CF dengan BD .

Panjang garis CG adalah $\frac{p}{q}\sqrt{r}$ dengan p dan q merupakan bilangan asli yang relatif prima dan r merupakan bilangan asli bebas kuadrat. Nilai dari $p + q + r$ adalah . . .